

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
ESCOLA NORMAL SUPERIOR
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CHRISTIANO DOS SANTOS NASCIMENTO

**A UTILIZAÇÃO DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM PARA A
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMBINATÓRIOS NO 2º ANO DO ENSINO
MÉDIO.**

MANAUS

2017

CHRISTIANO DOS SANTOS NASCIMENTO

**A UTILIZAÇÃO DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM PARA A
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMBINATÓRIOS NO 2º ANO DO ENSINO
MÉDIO.**

Trabalho de Conclusão do Curso elaborado junto à disciplina de TCC II do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. MSc Helisangela Costa

Co orientador: Prof. MSc José de Alcântara
Filho

Manaus

2017

CHRISTIANO DOS SANTOS NASCIMENTO

**A UTILIZAÇÃO DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM PARA A
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMBINATÓRIOS NO 2º ANO DO ENSINO
MÉDIO.**

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado à
banca examinadora do Curso de Licenciatura
em Matemática da Universidade do Estado do
Amazonas para a obtenção do grau de licenciado
em Matemática.

Aprovado em 26 de outubro de 2017.

BANCA EXAMINADORA

Helisângela Ramos da Costa

Prof. MSc. Helisângela Ramos da Costa

Jose de Alcântara Filho

Prof. MSc. Jose de Alcântara Filho

Nixon da Silva Moçambique

Prof. MSc. Nixon da Silva Moçambique

DEDICATÓRIA

Dedico este TCC a minha família e a minha esposa por não terem desistido de mim quando eu mais precisava.

Dedico também aos meus amigos e professores e em particular a professora Helisangela que me ajudou a chegar até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Jesus Cristo por ter me mantido firme durante o transcurso do meu dia a dia em sala de aula.

Agradeço a professora Helisangela Costa por não ter medido esforços em me ajudar a concluir este TCC II.

Agradeço também, a professora Elaine Santos do estágio, por ter me recebido com tão boa vontade, pronta a me ajudar em tudo que fosse preciso.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Quadrado Mágico	p.10
Figura 2: Quadrado mágico de saturn	p.11
Figura 3: Alunos resolvendo a atividade proposta	p.26
Figura 4: Estagiário iniciando a aula	p.28
Figura 5: Alunas fazendo atividade em grupo	p.28
Figura 6: Estagiário explicando assunto de arranjo	p.31
Figura 7: Imagem retirada do vídeo de reciclagem	p.32
Figura 8: Arte criada a partir do material reciclado	p.33
Figura 9: Alunos assistindo um vídeo de sustentabilidade	p.33
Figura 10: Estagiário explicando a regra da gincana	p.37
Figura 11: Estímulo e interesse nas aulas	p.43
Figura 12: Conteúdo que os alunos mais gostaram	p.43
Figura 13: Tempo para a realização das atividades	p.44
Figura 14: A atividade permitiu interação com os colegas	p.45
Figura 15: grau de satisfação das aulas	p.45

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1: Acertos e erros da avaliação de diagnóstico aos alunos p.39**
- Tabela 2: Acertos e erros da avaliação de diagnóstico aos alunos p.40**
- Tabela 3: Acertos e erros da avaliação de aprendizagem aos alunos p.42**
- Tabela 4: Acertos e erros da avaliação de aprendizagem aos alunos p.42**

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
CAPÍTULO 1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	10
1.1 Aspectos históricos	10
1.2 Resolução de problemas.....	12
1.3 Princípio fundamental da contagem na resolução de problemas.....	14
1.4 Teoria da aprendizagem significativa.....	16
1.5 Educação ambiental e matemática.....	17
CAPÍTULO 2 METODOLOGIA DA PESQUISA.....	20
2.1 Abordagem metodológica	20
2.2 Sujeitos da pesquisa	20
2.3 Instrumentos de coletas de dados	21
2.4 Procedimentos para análise de dados.....	22
CAPÍTULO 3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	23
3.1 Descrição das aulas antes do projeto	23
3.2 Descrição da aplicação das atividades do projeto por aula	24
3.3 Ações não efetivadas	39
3.4 Aplicação do questionário diagnóstico	39
3.5 Aplicação da avaliação de aprendizagem aos alunos	40
3.6 Aplicação do questionário de contribuição das atividades.....	43
CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
REFERÊNCIAS	49
APÊNDICES.....	51
APÊNDICE A.1.....	51
APÊNDICE A.2.....	52
APÊNDICE A.3.....	53
APÊNDICE A.4.....	54
APÊNDICE A.5.....	55
APÊNDICE B.....	56
APÊNDICE C.....	57
APÊNDICE D.....	58
ANEXOS.....	60
ANEXO A.1.....	60
ANEXO A.2.....	62
ANEXO A.3.....	65
ANEXO A.4.....	66
ANEXO A.5.....	67

INTRODUÇÃO

O estudo da matemática é visto pelos discentes como um bicho de sete cabeças. E os mesmos apresentam dificuldades tais como resolução de operações básicas (multiplicação e divisão). Em particular essas operações são triviais para o ensino do princípio fundamental da contagem. Entender matemática para os alunos não é tão simples. E se tratando da resolução de problemas matemáticos o quadro fica ainda mais grave, pois se os alunos já não querem estudar matemática, imagine resolver situações problema.

O interesse por este tema surgiu a partir dos estágios anteriores que realizei na escola, onde verifiquei que em momento algum os alunos ouviram falar em problemas combinatórios. Quando foi dado início neste assunto em sala poucos alunos sabiam o que era, isso demonstra que, às vezes o próprio professor não tem domínio suficiente do conteúdo ou por saber que exigirá interpretação do aluno prefere não aborda – lo. Mas é possível trabalhar esse conteúdo de maneira agradável e compreensível, usando outros recursos que permitam não só que os alunos participem ativamente da aula, mas também que desenvolvam noções e conceitos que os ajudarão na compreensão desse conteúdo. A partir da utilização de materiais concretos e do tema sustentabilidade, o objetivo foi favorecer para resolução de problemas.

Este trabalho é composto por três capítulos: no capítulo 1 serão abordados aspectos históricos do princípio fundamental da contagem, etapas da resolução de problemas sugeridas por polya (1978), a utilização do PFC na resolução de problemas além dos princípios da aprendizagem significativa, a questão da sustentabilidade no cotidiano do aluno, em especial, a reciclagem do lixo; no capítulo 2 será dado ênfase à abordagem metodológica, mantendo o foco na pesquisa qualitativa, observando o processo em que é construída a pesquisa juntamente com os resultados, sendo estes coletados por meio de questionários e organizados em tabelas e/ou gráficos; no capítulo 3 serão apresentadas as atividades realizadas durante as aulas cujos resultados foram coletados através de observação, questionários e comparados com as idéias dos autores, fazendo um entrelaçamento entre as dificuldades dos alunos e a contribuição para a melhora do ensino da resolução de problemas combinatórios.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 Aspectos históricos

Durante os estágios realizados com os alunos do 2º Ano do Ensino Médio verifiquei que existiam muitas dificuldades quanto à compreensão dos assuntos que envolviam análise combinatória. A partir daí busquei relacionar o ensino da combinatória dos séculos anteriores com os estudados nos dias de hoje.

Segundo Wieleitner (1932 apud Maria e Cristina, 2004), o problema mais primitivo que se aproxima da análise combinatória é a dos quadrados mágicos. O nome quadrado mágico vem pelo fato do mesmo possuir n colunas por n linhas, e a partir da soma de cada linha, coluna ou diagonal, o resultado se mantém o mesmo (Figura 01).

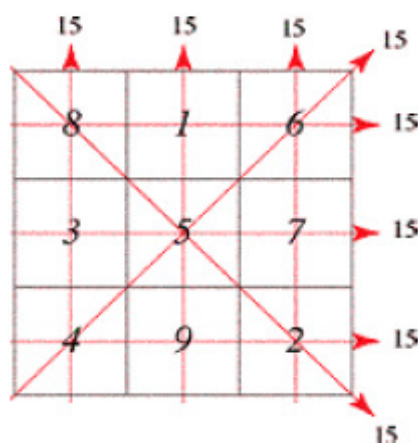


Figura 1: Quadrado Mágico

Fonte: Maria e Cristina (2004, p.02)

Este diagrama está associado às nove salas do palácio mítico de Ming Thang, onde vários ritos eram realizados, sendo que a substituição destes símbolos por números inteiros determina o famoso quadrado mágico denominado Saturn (Figura 1). Este quadrado causava uma grande fascinação para a maioria das pessoas, pois nesta época, mesmo a mais simples aritmética era algo espantoso. Acredita-se que a idéia dos quadrados mágicos foi transmitida pelos chineses

para os árabes, que fizeram grandes contribuições e construíram quadrados maiores que o antigo Lo Shu.

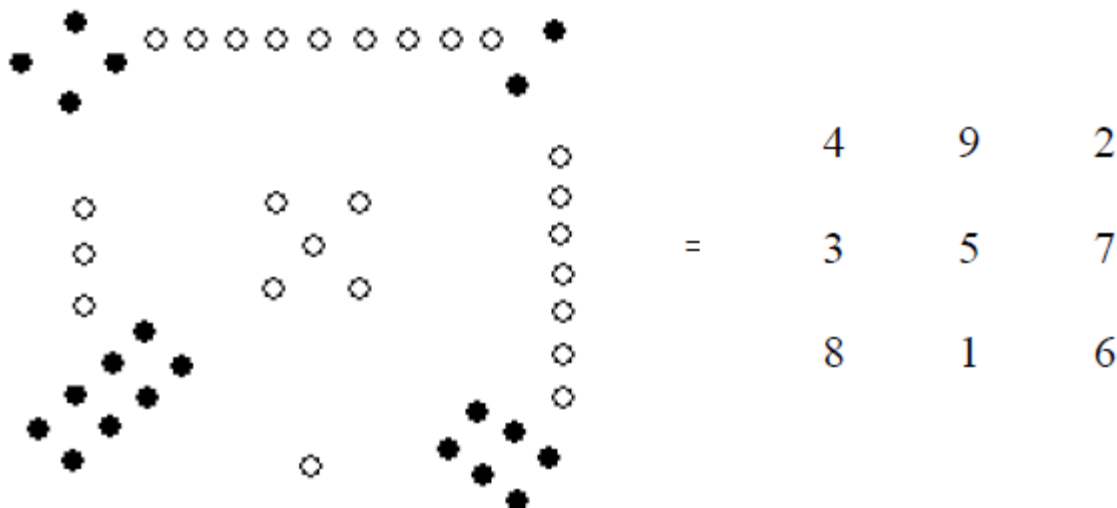


Figura 2: Quadrado Mágico de Saturn

Fonte: Maria e Cristina (2004, p.02)

“Há ainda, uma poesia infantil que parece ter sobrevivido em várias culturas e que serve para introduzir o campo de problemas combinatórios” (BIGGS, 1979 apud MARIA e CRISTINA, 2004, p. 2)

Quando eu estava indo para St. Ives, eu encontrei um homem com sete mulheres, cada mulher tem sete sacos, cada saco tem sete gatos, cada gato tem sete caixas, caixas, gatos, sacos e mulheres, quantos estavam indo para St. Ives? (BIGGS, 1979 apud MARIA e CRISTINA, 2004, p. 2).

Esta poesia data, pelo menos de 1730 e é usualmente interpretada como uma brincadeira, entretanto, poderia se imaginar que por trás dela existiriam propósitos bem mais sérios, pois existe um problema similar no Líber Abaci, “Sete mulheres velhas estão indo para Roma; cada uma delas têm sete mulas; cada mula carrega sete sacos; cada saco contém sete pães; cada pão tem sete facas; e cada faca tem sete bainhas. Qual é o número total de coisas?”, escrito por Leonardo de Pisa que dificilmente negaria uma conexão entre este problema e a poesia infantil citada antes. As duas citações mostram aspectos artificiais do problema envolvendo a adição e a repetição do número sete, reforçando a memorização do mesmo (MARIA e CRISTINA, 2004).

O matemático francês Frénicle (1693) apresentou todos os 880 quadrados de ordem 4, e nesta mesma época seu compatriota, De La Loubère (1691) descreveu um método de construção

de quadrados de ordem ímpar conhecido como “método de fronteira” que aprendeu com o povo de Sião. **Leibniz** descreveu em 1666 a combinatória como sendo “o estudo da colocação, ordenação e escolha de objetos” enquanto Nicholson em 1818 definiu-a como “o ramo da matemática que nos ensina a averiguar e expor todas as possíveis formas através das quais um dado número de objetos podem ser associados e misturados entre si”. A Análise Combinatória serve hoje de base a várias teorias da Análise Matemática: probabilidades, determinantes, teoria dos números, teoria dos grupos, topologia, etc. Tal assunto é foco de muita atenção, pois na literatura não existe uma definição satisfatória desta ciência e de suas ramificações (MARIA e CRISTINA, 2004).

O primeiro a dar o nome de fatorial foi o matemático **Christian Kramp**, nascido em 8 de julho de 1760, e falecido em 13 de maio de 1823. O mesmo era empenhado em resolver principalmente os “fatoriais”. Definiu fatorial de um número como sendo o produto de todos os números naturais menores que “ n ” e maiores que zero. Foi nomeado professor de matemática em Estrasburgo. Foi o primeiro a usar a notação de fatorial como $n!$ na faculdade em 1808 onde foi eleito para ministrar a disciplina de geometria (BRITO e ZERAICK, 2012).

Em 1960 um matemático chamado **Percy Alexander MacMahon** nascido em 1915, ficou muito conhecido após publicar um livro de título “análise combinatória” onde reunia organizadamente os conceitos de arranjo e permutação. A partir de então as fórmulas já estavam definidas e reuniam uma porção de informação em seu conteúdo a respeito de combinatória. Tendo como destaque em sua obra o arranjo simples de n elementos tomados r a r , onde n era maior ou igual a um, e r era um número natural, já nas combinações as ordens em que os elementos são dispostos não importam (BRITO e ZERAICK, 2012).

1.2 Resolução de problemas

Vários pensadores e pesquisadores estudaram ou têm estudado e pesquisado a respeito da atividade de resolver problemas. Inicialmente, a atividade de resolver problemas recai na questão filosófica de “pensar sobre o pensamento”; neste sentido, os filósofos gregos como Sócrates e Platão trazem algumas contribuições. Para Sócrates, o indivíduo já detém o

conhecimento a ser usado para resolver o problema e, portanto, a atividade de resolver problemas não passa de mera ‘recordação’ (ANGELO et al, 2001)

Mais recentemente houve um pensador que merece destaque em seus trabalhos com resoluções de problemas, George Polya (1897 – 1985), foi um dos matemáticos mais importantes do século XX. Pesquisaram em vários ramos da matemática, como probabilidade e equações diferenciais parciais; sua maior contribuição, no entanto, está relacionada à heurística de resolução de problemas matemáticos (ANGELO et al, 2001).

Polya acreditava na existência da arte da descoberta e que a habilidade de descobrir e inventar poderiam ser acentuados por uma bem cuidada aprendizagem. Nela, o aluno é levado a perceber os princípios da descoberta e tem a oportunidade de exercitá-los. Em seu livro “A arte de resolver problemas”, Polya (1978) afirma que o modo como se vê o problema pode sofrer alterações. No princípio, tem-se uma visão incompleta e complicada, mas quando se realizam algumas evoluções, essa percepção começa a mudar e ela ainda será diferente no momento em que se chegar à solução do problema. Com a finalidade de agrupar melhor as indagações e sugestões, Polya (1978) dividiu o seu processo de resolução de um problema matemático em quatro etapas:

Compreender o problema

O autor coloca como algo muito importante a compreensão do problema. Ele relata que é uma tolice se tentar responder uma pergunta sem saber qual o seu significado. Pode-se perceber que, já nesta primeira etapa, ele se preocupava com uma aprendizagem que pudesse vir a ser significativa. Para compreender melhor o problema podemos realizar algumas perguntas como: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? Também devem ser consideradas, as partes que se julgam mais importantes no problema (POLYA, 1978).

Estabelecer um plano

Para Polya (1978), deve-se muitas vezes iniciar com um plano para a resolução do problema a partir da seguinte pergunta: Conhece algum problema correlato? Deve-se pensar num possível problema que já foi resolvido com a mesma incógnita, ou informação, e que possa vir a ser utilizada. Caso não seja encontrado nada que nos ajude, devemos verificar se é possível fazer uma reformulação no enunciado. Essa reformulação pode levar a um problema auxiliar adequado. Ao usarmos vários problemas ou teoremas conhecidos, realizando diversas

modificações e ensaiando problemas auxiliares diferentes, podemos nos distanciar do problema original. Para voltar podemos realizar a seguinte indagação: Foram utilizados todos os dados? Foram usadas todas as condicionantes?

Executar o plano

O plano é apenas um roteiro geral. É preciso ter certeza de todos os detalhes que estão ali inseridos de modo que não reste nenhuma dúvida na qual possa estar escondido algum erro. A execução do plano é uma tarefa fácil, mas é necessário ter paciência e certeza de que cada passo executado está correto (POLYA, 1978).

Revisar a solução

Esta é uma etapa muito importante; executando-a teremos certeza de que resolvemos o problema de maneira correta, eliminando, assim, algum erro que possa ter ocorrido durante a execução do plano. Para tanto, podemos realizar o seguinte questionamento: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? Também será necessário verificar se poderemos utilizar o resultado obtido ou o método utilizado em algum outro problema e se há a possibilidade de encontrarmos a solução utilizando outra estratégia. A obra de Krulik e Reys (1997) igualmente salienta a importância do uso de estratégias na resolução de problemas e apresenta contribuições de vários estudiosos que discutem a eficiência no ensino de matemática e afirmam que os problemas são, muitas vezes, impulsionadores no desenvolvimento de tópicos da matemática.

1.3 Princípio fundamental da contagem na resolução de problemas

O princípio fundamental da contagem é um assunto pouco explorado pelos professores. Seja pelo fato de a duração do tempo de aula ser pequena e esse assunto exige muita interpretação de problemas ou por não ter tido uma formação adequada para abordar esse assunto em sala de aula. No entanto o princípio fundamental da contagem é um dos conteúdos mais recomendados pelo PCN (2006) desde os anos iniciais, até o ensino médio. No entanto Pessoa e Borba (2013) num estudo realizado com estudantes do ensino fundamental perceberam que a partir desse nível de escolaridade já conseguem resolver alguns problemas combinatórios básicos e enfatizam que o estudo da combinatória básica pode ser desenvolvido

desde os anos iniciais de escolarização, pois as crianças trazem para escola um conhecimento inicial de situações combinatórias, assim podem entender algumas operações básicas, como também de desenvolver estratégias para resoluções desses problemas.

Portanto o docente deve estimular o aluno a desenvolver raciocínios e caminhos para realizar a atividade envolvendo PFC em sala de aula mesmo que seja em grupo ou em dupla. O trabalho em grupo é de suma importância e deve servir de ponte para a troca de conhecimento entre os alunos.

A essas concepções da Matemática no Ensino Médio se junta a idéia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade (BRASIL, 1998, p. 41).

Deve se lembrar também que existe uma grande diferença entre exercícios de fixação e situações problemas. Exercícios de fixação são aqueles em que o professor dá o caminho das pedras aos alunos (informa a eles qual ou quais formulas usar para se chegar à resposta), passando um exemplo parecido. Dessa forma o discente não terá problema algum em resolver a atividade proposta. Problemas são desafios propostos pelos professores que estigam o aluno a pensar e desenvolver um método para a resolução do enunciado. Com isso, os problemas de contagem(PFC) além de serem difíceis de se interpretar, são bastante trabalhosos de se resolver, e cabe ao professor ir desenvolvendo os problemas desde o nível fácil até chegar ao nível mais difícil.

Os alunos chegam à escola já trazendo conceitos próprios para as coisas que observam e modelos elaborados autonomamente para explicar sua realidade vivida, inclusive para os fatos de interesse científico. É importante levar em conta tais conhecimentos, no processo pedagógico, porque o efetivo diálogo pedagógico só se verifica quando há uma confrontação verdadeira de visões e opiniões; o aprendizado da ciência é um processo de transição da visão intuitiva, de senso comum ou de auto-elaboração, pela visão de caráter científico construída pelo aluno, como produto do embate de visões (BRASIL, 1998, p. 52).

1.4 Teoria da aprendizagem significativa

Para o ensino da matemática em sala de aula, não basta apenas que o professor seja o detentor do saber para que o nível de assimilação dos alunos seja máximo. O educador deve ser capaz de priorizar os conceitos mais importantes de cada conteúdo de modo a contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. Também deve se aproveitar o nível de conhecimento e situações que os alunos já trazem empiricamente para a sala, para que se insira no processo da aprendizagem significativa.

Conforme Moreira (1999 apud Regina, 2008) aprender significativamente corresponde a compreender os processos dos conteúdos além dos livros e materiais impressos ou em mídias, fazendo uma relação com seu cotidiano. Assim, permitindo que esse conhecimento perpassa as fronteiras comuns do processo de aprendizagem tradicional. E dar espaço sempre para o novo, pois, dependendo dos contextos a serem trabalhados os materiais sempre serão modificados. Não deixando de lado a aprendizagem mecânica de aprender, pois os conteúdos ao serem assimilados contribuem para uma possível utilidade dos assuntos no seu dia – dia.

Para o ensino de Matemática, mais do que para qualquer outra disciplina ensinada na escola básica, é preciso considerar as “diferentes discursões”, os conteúdos ministrados em sala de aula. Além do conhecimento do livro didático, na fala do professor, é possível reconhecer, também, o conhecimento elaborado pelo discente. E mais: como estabelece a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, pode-se facilitar o processo de aprendizagem ao organizar-se o ensino – de matemática – a partir do conhecimento prévio manifesto pelo aluno.

O conhecimento é significativo por definição. É o produto significativo de um processo psicológico cognitivo (“saber”) que envolve a interação entre idéias “logicamente” (culturalmente) significativas, idéias anteriores (“ancoradas”) relevantes da estrutura cognitiva particular do aprendiz (ou estrutura dos conhecimentos deste) e o “mecanismo” mental do mesmo para aprender de forma significativa ou para adquirir e reter conhecimentos (AUSUBEL, 1978 apud REGINA, 2008, p. 23).

Para Ausubel, Novak, Hanesian (1980 apud Regina, 2008) os conteúdos das idéias fazem parte da cognição, e aprender significativamente é fazer com que as novas informações recebidas se interajam com os conhecimentos específicos, tendo em vista os conceitos relevantes da aprendizagem. A partir desse processo os conceitos iniciais são reformulados, fazendo com que

estes sejam mais extensos e sofisticados. E como consequência os significados, após, melhorados, aumentaram a capacidade de aprendizagem significativa futura.

Não trata-se de simples associação, mas de interação entre os aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações, por meio da qual essas adquirem significados e são integradas à estrutura cognitiva (MOREIRA, 1999, p. 13).

Aprender significativamente é, então, compreender a organização lógica do material a ser aprendido. Nesse sentido, aqui se delineia a aprendizagem significativa nos termos destacados por Moreira (1999).

Os graus de significação ou mecanicidade numa aprendizagem definem-se quando o novo conteúdo relaciona-se com os conhecimentos prévios do estudante.

(...) a significância da aprendizagem não é uma questão de tudo ou nada e sim de grau; em consequência, em vez de propormo-nos que os alunos realizem aprendizagens significativas, talvez fosse mais adequado tentar que as aprendizagens que executam sejam, a cada momento da escolaridade, a mais significativa possível (COLL, 1998 apud REGINA, 2008, p. 25).

1.5 Educação ambiental e matemática: a reciclagem do lixo como atitude de sustentabilidade

A sustentabilidade tem um elemento fundamental que é a idéia de preocupação ética com as gerações futuras. Esta discussão surgiu nos anos 80. Inicialmente o ser humano resistiu ao movimento sustentável. Pois acha que tudo está para servi-lo e não considera as gerações futuras.

As pessoas que sofrem privações econômicas são as maiores vítimas da mesma lógica que condena os animais à extinção e que condenará cada vez mais as crianças das próximas gerações: a lógica da acumulação da riqueza a qualquer custo, com exploração irrestrita da natureza e o desrespeito ao próprio ser humano (BRASIL, 1997, p. 184).

A educação ambiental de hoje não deve ser tratada apenas como um tema transversal, e deixado para os especialistas trabalharem a questão, mas é dever de todos cuidarem do meio ambiente, pois vivemos no mesmo planeta, e como habitantes devemos transformar o meio sem

destruí-lo. Na busca pela sustentabilidade deve se utilizar os recursos naturais, mas de uma forma correta, para que o mundo seja sempre um local habitável independente do tempo. Os recursos da natureza não são infinitos e por isso precisam ser cuidados. É a partir de pequenas atitudes que começamos a enxergar o mundo com outro olhar. Segundo Cunha e Coelho (2003), somente no século XX a preocupação com o meio ambiente no Brasil resultou na elaboração e implementação de políticas públicas com caráter ambiental, em especial na década de 1970, quando aumentou a percepção de que a degradação do planeta pode trazer resultados catastróficos.

A modernidade transformou radicalmente a forma de pensar que o homem havia mantido em períodos anteriores, ou seja, a segurança em princípios universais e objetivos fornecidos pela religião e pela metafísica. A capacidade do homo faber de criar e produzir instrumentos modificou a face da própria terra onde este homem habita. (TOMAZZETI et al, 1998, p. 49).

Muito recentemente eclodiu o tema da sustentabilidade e sabemos que existem assuntos clássicos e alguns que são mais pontuais no momento, e é importante para o professor trabalhar esses temas não só por ele ser altamente relevante, mas também porque os alunos necessitam ser motivados a repensar sobre o futuro deles próprios. A partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais, foi proposta a idéia de levar o problema ambiental para a sala de aula e conscientizar não só os alunos, mas todos os membros que compõem a família escolar. Por isso, será abordada em sala de aula a questão da sustentabilidade através da coleta adequada e destinação do lixo, mas precisamente o lixo reciclável.

A contextualização dessas situações concretas, que envolvem diferentes fatores, como clima, solo, relevo e as próprias formas de alteração causadas pelo ser humano, em meio a conflitos de interesses, num período definido da história, é essencial para a formação da consciência crítica que permite aos alunos se posicionarem favoravelmente à sustentabilidade ecológica. (BRASIL, 1997, p. 208).

Estudo inédito do IPEA (Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada) revela que são 400 mil os catadores de resíduos no Brasil. Eles têm baixa escolaridade e a maioria é formada por homens, negros e jovens. A surpresa é que 58% contribuem para a Previdência, metade usufrui de esgoto em casa, quase um quinto tem computador e somente 4,5% estão abaixo da linha da miséria. (LISBOA, 2013)

São dois grandes problemas distintos, contudo muito interligados. O primeiro são os lixões a céu aberto existentes em quase todos os municípios brasileiros. Trata-se de uma mazela de ordem ambiental com solução à vista. O outro problema é social – as legiões de brasileiros que sobrevivem nesses lixões como catadores de resíduos sólidos, uma das mais insalubres e indignas atividades econômicas humanas. Para resolver o problema dos depósitos de lixo a céu aberto, o Congresso Nacional aprovou, em 2010, uma lei instituindo uma política nacional para os resíduos; e o Ministério do Meio Ambiente, por sua vez, determinou que os municípios têm até agosto de 2014 para criar aterros sanitários e iniciar a coleta seletiva. Até agora, 10% dos municípios tomaram providências. Contudo, trata-se de um problema de vontade política. (LISBOA, 2013)

A atitude de um catador e de outros catadores, empresas e a população em geral que separam latinhas de alumínio para reciclagem é um gesto importante para a saúde do meio ambiente. Isso sem falar que um dos nossos bens mais preciosos acaba sendo preservado com essa reciclagem. (LISBOA, 2013)

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DA PESQUISA

2.1 Abordagem metodológica

A pesquisa qualitativa será a abordagem metodológica utilizada nesta pesquisa.

Segundo Bogdan & Biklen (1994) destacam cinco características de uma investigação qualitativa que se fizeram presentes nesta pesquisa, a saber:

- o ambiente natural da escola foi utilizado como fonte direta de dados e o pesquisador foi o instrumento principal da investigação;
- os dados foram predominantemente descritivos, obtidos a partir da observação, fotografias, atividades escolares, e por isso, foi utilizada a narração como estilo literário;
- houve uma preocupação maior com o processo do que simplesmente com os resultados ou produtos.
- os dados foram analisados de forma indutiva, procurando a partir da observação e da busca de relações entre os fatos responder as questões norteadoras das pesquisas
- o significado assumiu papel fundamental durante a pesquisa.

As características dessa pesquisa ser qualitativa baseia-se no fato de considerar fundamentalmente não as quantidades dos dados coletados mas a descrição dos fatos, atitudes observados.

2.2 Sujeitos da pesquisa

A entrevista foi feita no 2º ano do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino turno noturno. Dos 33 alunos 18 eram do sexo feminino e 15 eram do sexo masculino. Apenas seis alunos não informaram a idade; a maior quantidade de alunos (11) tinha 19 anos, 10 alunos tinham idade na faixa de 20 a 35 anos e apenas 6 alunos tinham 18 anos, o que nos mostra que a maioria eram jovens.

2.3 Instrumentos de coleta de dados

Foram elaborados três questionários para a coleta de dados:

No primeiro momento foi aplicado um questionário aos alunos para verificar o nível de conhecimento dos mesmos. Denominado **Questionário diagnóstico do Aluno (Apêndice B)** é composto de perguntas com a finalidade de conhecer:

- o nível de conhecimento do aluno em relação a matemática básica;
- as dificuldades sobre conteúdo de princípio fundamental da contagem;
- os conhecimentos iniciais sobre situações problemas de matemática;
- os conhecimentos iniciais sobre o princípio fundamental da contagem;
- conhecimento das aplicações de princípio fundamental da contagem no seu dia a dia.

No segundo momento foi realizada uma **avaliação de aprendizagem (Apêndice C)**, para avaliar o nível de conhecimento dos alunos referente ao conteúdo abordado durante todas as aulas ministradas pelo professor.

No terceiro momento, o questionário assumiu o papel de avaliação da contribuição das atividades realizadas durante a pesquisa **denominado Questionário de Avaliação da contribuição das Atividades (Apêndice D)** e foi elaborado com a finalidade de verificar as contribuições e limitações das atividades realizadas pelos alunos.

Vale ressaltar que embora a turma investigada tenha 33 alunos matriculados, no momento de realização da pesquisa, os questionários foram respondidos por 10 alunos.

Na **observação participante** os registros foram feitos através de anotações escritas, avaliações e fotografias.

Aspectos observados:

- o conhecimento prévio: refere-se ao conhecimento dos alunos em relação aos conceitos matemáticos abordados em séries anteriores utilizados para construção dos conceitos relacionados às **PFC** (princípio fundamental da contagem);
- o interesse, a participação: refere-se ao envolvimento e às atitudes dos alunos na construção dos conceitos relacionados à PFC junto ao pesquisador e durante a realização das atividades propostas em sala de aula;
- o comportamento: no que diz respeito a total assimilação e atenção ao assunto e atividades em sala de aula;

2.4 Procedimentos para análise de dados

A análise de dados foi feita através de tabelas e gráficos, comparando com os princípios dos autores usados na fundamentação teórica procurando mostrar a correspondência entre o que se pretendia alcançar e o que os alunos aprenderam em relação ao conteúdo ministrado em sala de aula.

CAPÍTULO 3

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

3.1 Descrição das aulas antes do projeto

Série: 2º ano

Turma: 02

Data: 28/03/2017 à 03/04/2017

Conteúdo(s) abordado(s): Noção intuitiva de porcentagem, regra de três.

Descrição das aulas:

A professora iniciou a aula às 19h10min em ponto. Em seguida a mesma introduziu o conceito de porcentagem, perguntando aos alunos se já tinham ouvido falar de regra de três, logo após mostrou o conceito de porcentagem e exemplificou os conceitos com exercícios como alguns exemplos do tipo:

- Qual o valor do resultado de R\$ 100,00 (cem reais) mais 30% (trinta por cento) de 100,00 (cem reais)?
- Quanto é 25% (vinte e cinco por cento) de R\$ 400,00 (quatrocentos reais)?
- Se com três impressoras trabalhando a uma mesma velocidade eu consigo imprimir 1500 (mil e quinhentas) páginas, então com cinco impressoras eu conseguirei imprimir quantas páginas a mais trabalhando a uma mesma velocidade?
- Tenho R\$ 2.000,00 (dois mil reais), meu irmão tem 25% (vinte e cinco por cento) a menos do que eu, quanto tem meu irmão?

Após a professora escrever os exercícios no quadro branco, surgiu algumas possíveis perguntas a respeito das atividades (perguntavam se o que ela estava escrevendo ia cair na prova, ou se era avaliativo, ou se era para levar para casa) que no momento foram sanadas. Porém a após a bateria de exercícios a professora começou a verificar o grau de conhecimento dos alunos referente ao conteúdo abordado. Um tempo foi dado para os alunos resolverem as atividades propostas, e para confirmar o que já se sabia a maioria dos alunos apesar de terem visto a professora resolver a primeira questão da lista ainda não conseguiam desenvolver a atividade simplesmente pelo fato de não compreenderem o enunciado. “É uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste se trabalhar para um fim que não se deseja.” (POLYA,1995, p.4)

Foi verificado que os alunos no início tiveram dificuldades para entender, pois o assunto exigia bastante atenção. Em seguida a professora escreveu no quadro branco a definição de porcentagem e a regra de três simples mostrando sua importância no cotidiano do aluno.

As aulas ministradas pela professora regente eram bastante tradicionais, pois a mesma utilizava muitas atividades de livros para desenvolver seus conteúdos. O que se via muito eram exercícios de fixação e, como os alunos não tinham o domínio da matemática básica, a professora ficava em quase todas as aulas fazendo um resumo do mesmo assunto para que os alunos pudessem acompanhar os próximos assuntos que viriam pela frente. Era visto em quase todas as palestras uma aula frontal (aluno – quadro, quadro - aluno). Na maioria das vezes eles achavam cansativo ficar escrevendo um tempo e, era uma forma de deixá-los quietos ou ocupados com as temáticas propostas pela professora. E quando iniciava outra aula (no dia seguinte) os alunos ainda nem tinham feito os exercícios do dia anterior, assim mostravam total desinteresse pela disciplina. Foi verificado que a culpa não era da professora nem dos alunos, na verdade, o que acontecia era uma falta de força de vontade dos alunos em aprender e a falta de atualização metodológica do professor em buscar novas metodologias, lembrando que o processo de ensino e aprendizagem é contínuo.

Um sistema educacional comprometido com o desenvolvimento das capacidades dos alunos, que se expressam pela qualidade das relações que estabelecem e pela profundidade dos saberes constituídos, encontra, na avaliação, uma referência à análise de seus propósitos, que lhe permite redimensionar investimentos, a fim de que os alunos aprendam cada vez mais e melhor e atinjam os objetivos propostos. (BRASIL,1997, p.5)

3.2 Descrição da aplicação das atividades do projeto por aula

O projeto foi dividido em duas partes: no primeiro momento realizado no 1º semestre de 2017 na disciplina de TCC I foi utilizada a contextualização de problemas para abordar análise combinatória com ênfase na transformação da linguagem coloquial para a matemática. No segundo momento realizado no 2º semestre de 2017 na disciplina de TCC II foi utilizado o tema transversal de sustentabilidade, em especial sobre a reciclagem de lixo para abordar o mesmo conteúdo. Por ser o mesmo tema da IX Semat da Escola Normal Superior do Estado do Amazonas.

Aula 01 (Apêndice A.1)**Data: 05/05/2017****Série: 2º ano****Turma: 02****Conteúdo(s) abordado(s):** princípio fundamental da contagem: princípio multiplicativo**Passo a passo da aula:**

Como foi proposto pelo plano de aula (Apêndice A.1) neste dia a aula começou as 19h00min em ponto. Iniciei a aula apresentando aos alunos um problema do cotidiano deles, que mostrava como se organizar para resolver uma determinada tarefa. Mostrei aos alunos que se tivessem apenas um tipo de veículo poderiam fazer apenas um tipo de trajeto, ou seja, poderia ir de casa para o trabalho ou do trabalho para casa com apenas um meio de transporte. Porém se tivessem dois tipos de transporte (carro e moto) como poderiam ir de casa para o trabalho de tal forma que eles não repetissem o mesmo transporte tanto na ida como na volta? Expliquei que ele poderia, por exemplo, ir para o trabalho de carro e voltar para casa de moto ou ir para o trabalho de moto e voltar para casa de carro. Ou seja, a quantidade de decisões iniciais que eles teriam para tomar poderiam chamar de **d1** e essa decisão é independente da outra decisão. Já a quantidade de decisões que restavam para eles tomarem após ter tomado a segunda decisão eles poderiam chamar de **d2**, que também era independente da primeira. Logo eles teriam duas formas de se organizar para ir de casa para o trabalho e do trabalho para casa. Expliquei que esse princípio era chamado de principio multiplicativo. Então se você tem uma decisão d1 que independe da decisão d2, para se obter o resultado basta apenas multiplicar **d1** por **d2**.

Então a resposta para a questão acima era $d1 = 2$ tomadas de decisões (carro ou moto), e $d2 = 1$ tomada de decisão (se escolhido carro teria apenas moto como opção ou se escolhido moto teria apenas o carro como opção), logo $d1 \times d2 = 2 \times 1 = 2$, ou seja, o aluno teria 2 formas de se organizar para ir de casa para o trabalho. Os alunos perguntaram: “então se eu tenho três formas de condução eu possuirei $3 \times 2 = 6$ formas de me organizar?”, respondi que sim e pedi para que cada aluno mostrasse no caderno as 6 possíveis formas de ele se organizar indo de casa para o trabalho ou para a escola de tal forma que não viesse com o mesmo meio de condução. Como já era esperado nem todos conseguiram resolver a atividade pelo fato de ser a primeira vez que os alunos estavam resolvendo uma situação problema daquele tipo. E para fixar mais a idéia de

princípio multiplicativo foi proposta uma situação problema para resolver em sala. A atividade era individual e cada aluno só poderia consultar o professor para resolver o exercício. A problemática para se resolver era a seguinte: João tem quatro livros de exatas e três livros de humanas. Ele precisa estudar um livro de humanas e um livro de matemática. De quantas formas ele poderá se organizar para estudar de tal for que ele nunca repita a disciplina? Resolvam mostrando os possíveis modos e faça um esboço do seu raciocínio. Após o tempo estimado para a resolução apenas dois alunos chegaram a resposta. Alguns alunos multiplicaram $4 \times 2 = 8$, e outros multiplicaram $4 \times 3 = 12$. Acredito que os que erraram não queriam se arriscar em pelo menos fazer as possíveis combinações de disciplinas. Outros realmente não entenderam devido não terem uma noção de matemática básica para desenvolver um raciocínio lógico matemático.



Figura 3: Alunos resolvendo atividade proposta

Participação e Duvidas dos alunos:

Como mencionado no passo a passo das aulas alguns alunos não tinham uma matemática básica boa e em inúmeras vezes eu tive que parar a aula para fazer umas perguntas de multiplicação para os que tinham dificuldades. Eles ainda erravam questões como, por exemplo, “quanto é seis vezes sete?” eles respondiam “é trinta e seis”, e assim por diante. Outros ainda contavam os dedos para dar a resposta. Logo percebi que enquanto eles não aprendessem a matemática básica (somar, subtrair, multiplicar e dividir) eles não aprenderiam o exercício, pois além da multiplicação ainda teriam que pensar nas formas de se organizar para realizar as tarefas

e alguns alunos não queriam pensar em resolver. Diziam que a matemática era muito difícil e complicada de entender, e que por isso não adiantava tentar resolver porque eles sabiam que iam errar. Expliquei a eles que a matemática não era do modo que eles pensavam, mas, pelo contrário, era muito fácil, dependia somente de cada um para desenvolver um raciocínio lógico, e ainda apresentei uma solução para os que estavam presentes. Sugeri que começassem do básico sem “pular” assunto, e que procurassem ajuda para entender o que se estudava, assim como também propuz aos alunos que em cada aula ministrada teríamos uma sabatina de perguntas referente à multiplicação e divisão, para ajuda – los na resolução das operações básicas mencionadas anteriormente.

Aula 02 (Apêndice A.2)

Data: 08/05/2017

Série: 2° ano

Turma: 02

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem: fatorial

Passo a passo da aula:

Como proposto pelo plano de aula (apêndice A.2) trabalhei com os alunos a idéia intuitiva de fatorial. Primeiramente perguntei aos presentes em sala se já tinham ouvido falar em fatorial. Muitos alunos não sabiam do que se tratava, pois mesmo que a professora regente já tivesse dado este conteúdo, a grande maioria não se importou em aprender. Antes mostrei uma aplicação da idéia de fatorial de forma simples, ou seja, mostrei aos alunos que ordenando a palavra “AM” terei duas palavras com ou sem sentido, sendo elas: AM e MA. Sendo assim, para uma palavra com duas letras (sendo elas não repetidas) teremos duas palavras. E para uma palavra com três letras não repetidas como, por exemplo, AMO. teremos seis anagramas sendo elas: AMO,AOM,OMA,OAM,MAO,MOA. Então, perguntei se alguém tinha notado algum padrão. Como a sala ficou em silencio mostrei a eles que se uma palavra tem duas letras terá dois anagramas e com três letras terá seis anagramas então poderemos escrever a primeira como $2!$ (lê se dois fatorial) $= 2 \times 1 = 2$ e a de três letras podemos também escrever assim $3!$ (lê se três fatorial) $= 3 \times 2 \times 1 = 6$. Portanto fatorial é o produto (multiplicação) dos antecessores de um número N dado e N pertencente ao conjunto dos números naturais excluindo o zero. E como

definição $1! = 1$ e $0! = 1$. Após estes exemplos pedi para que os alunos se organizassem se em equipes para desenvolver uma atividade em grupo. Foram dadas a cada grupo quatro letras (A, M, O, R), e foi pedido para que eles encontrassem todos os anagramas desta palavra, em seguida os alunos tinham que resolver no caderno algebricamente este fatorial. Cada vez que o tempo ia passando os alunos encontravam mais anagramas. E outros ainda nem tinham começado, aproveitei para dar uma ajuda encontrando alguns anagramas para motiva – los.



Figura 4: Estagiário iniciando a aula



Figura 5: Alunas fazendo atividade em grupo

Participação e Dúvidas dos alunos:

Durante toda a aula houve várias dúvidas referentes ao método que foi utilizado pelo professor, como: porque dado um número N como encontrar seu fatorial. Assim como foi

mencionado no passo a passo das aulas expliquei que basta apenas encontrar seus antecessores e fazer a multiplicação. Exemplo: para N igual a 5 teremos $5!$ (Le se cinco fatorial) que é igual a $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$. E a partir daí se desenvolve os outros fatoriais. Outra dúvida foi o que significava uma palavra com sentido e uma palavra sem sentido, eles achavam que era para construir apenas palavras que tivessem sentido, e mais, eles achavam que só as que tinham sentido eram anagrama. Nesta ocasião também foi explicado a eles que independente da palavra ter sentido ou não ainda sim continuava a ser um anagrama de uma palavra dada. Referente a comportamento os alunos estavam bastante comportados, porém mesmo obtendo quase toda a atenção deles alguns não estavam interessados em participar da atividade.

O ensino e a aprendizagem durante todo o período de aula não dependeu apenas do professor mais de um conjunto de ambas as partes (professor – aluno) como menciona Cassia A relação professor-aluno tem sido uma das principais preocupações do contexto escolar. Nas práticas educativas, o que se observa é que, por não se dar a devida atenção à temática em questão, muitas ações desenvolvidas no ambiente escolar acabam por fracassar. Daí a importância de estabelecer uma reflexão aprofundada sobre esse assunto, considerando a relevância de todos os aspectos que caracterizam a escola (CASSIA, 2009).

Assim, a partir de uma boa comunicação entre o professor e o aluno é que foi possível explorar as situações problemas no contexto da análise combinatória, visto que este assunto ainda continua sendo trabalhoso devido à interpretação matemática.

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva (BRASIL, 2006, p.69 -70).

Acredito que minha contribuição valeu à pena, mesmo sabendo que o processo de ensino e aprendizagem é contínuo.

Aula 03 (Apêndice A.3)

Data: 09/05/2017

Série: 2º ano

Turma: 02

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem: fatorial e Arranjo

Passo a passo da aula:

Como proposto pelo plano de aula (Apêndice A.3) foram implementados alguns exercícios práticos com os alunos para que eles pudessem exercitar os conceitos de arranjo e fatorial. Também após estes exemplos eles resolveram questões a partir da resolução de problemas de cálculo da atividade em (anexo A.3). A atividade inicial foi trabalhada com situações práticas do tipo: “em uma escola estadual de ensino, está sendo disputada uma competição de basquete e que existem 4 equipes participando”. Logo após foi pedido aos alunos para que cada um calculasse o número de jogos que poderiam ser realizados em turno e returno. Então a partir daí alguns perceberam que, por exemplo: as jogadas das equipes A e B eram diferentes das equipes B e A, eles responderam que eram do tipo ida e volta.

No entanto, foi visto que a matemática não pode ser trabalhada de forma descontextualizada, fragmentada e repetitiva sem ser considerada a realidade em que a escola estava inserida. Por isso foi dada ênfase em situações problemas do cotidiano do aluno, para o mesmo pudesse ter uma noção do mundo em que o cercou. Para isso conforme orientações dos parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio, ao final desse nível de ensino.

Espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebem a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p.69)



Figura 6: Estagiário explicando assunto de arranjo

Participação e Duvidas dos alunos:

No decurso das aplicações das atividades, foi percebido que os alunos apresentavam bastante dificuldade para montar a parte numérica dos exercícios, como verificar que uma partida das equipes A e B era diferente da partida das mesmas equipes B e A, pois era isso que representava turno e retorno, por isso era que se usava o Arranjo. Também os alunos não conseguiam diferenciar um arranjo de uma combinação confundindo ao utilizarem as formulas $\frac{n!}{p!(n-p)!}$ e $\frac{n!}{(n-p)!}$.

Aula 04 (Apêndice A.4)

Data: 29/08/2017

Série: 2º ano

Turma: 02

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem: fatorial e Arranjo

Passo a passo da aula:

Neste dia a aula iniciou se as 19h00min, visto que eu tinha apenas 50 (cinquenta) minutos de tempo de aula para desenvolver a atividade proposta. A partir desta aula iniciou-se a aplicação do projeto que envolvia o conteúdo de análise combinatória e o tema transversal de Sustentabilidade que foi tema da IX SEMAT da Escola Normal Superior da Universidade do Estado do Amazonas de 2017. De posse do plano de aula (anexo A.4) iniciei apresentando aos alunos a seguinte problemática: “O que a matemática tem a ver com Sustentabilidade?”. Alguns alunos não estavam entendendo o que realmente um tema teria a ver com o outro, ou melhor,

eles nem sabiam o que realmente significava sustentabilidade. Após ouvir as possíveis repostas (do tipo: resposta 01 – “é algo que se sustenta”, resposta 02 – “é preservação do meio ambiente”, resposta 03 – “matemática e sustentabilidade deve ter algo em comum, pois a matemática esta inserida em todas as coisas”) expliquei a eles que primeiramente um tema tem tudo a ver com o outro, e para provar que eu estava certo seria apresentado um vídeo que explanava o tema SUSTENTABILIDADE, e mostrava a integração com a matemática.

Após o termino do vídeo eles iriam resolver um exercício que trabalhava ao mesmo tempo com a reciclagem de materiais e análise combinatória. Precisei usar data show, o notebook e caixa amplificadora. Porém quando me dirigi à diretoria para pegar as mídias tecnológicas, alguns alunos saíram da sala porque segundo eles a aula estava chata. Mesmo assim continuei com a apresentação do vídeo.

Quando retornei a sala de aula, ficaram apenas cinco alunos para assistir a vídeo aula (Figura 7). Não foi possível conectar data show no notebook, pois o mesmo só tinha entrada VGA e o notebook tinha entrada HDMI. Sendo assim voltei à sala da direção para devolver o data show e verificar a possibilidade de o gestor conseguir outro, e para minha surpresa a escola apenas disponibilizava de aparelhos com entradas VGA, e também não tinha adaptadores para esse fim. Logo voltei para sala para aproveitar os poucos minutos que restavam. Então mesmo sem data show passei o vídeo para os presentes em sala.

As metas propostas não se efetivarão a curto prazo. É necessário que os profissionais estejam comprometidos, disponham de tempo e de recursos. Mesmo em condições ótimas de recursos, dificuldades e limitações sempre estarão presentes, pois na escola se manifestam os conflitos existentes na sociedade.(BRASIL,1998, p.68)



Figura 7: Imagem retirada do vídeo de reciclagem.

No vídeo foi apresentada a definição de sustentabilidade e atitudes que podem ser consideradas em nossa comunidade como sustentáveis. Foi dado enfoque mais precisamente na reciclagem do lixo, que além de deixar de prejudicar o meio ambiente, ainda pode trazer uma fonte de renda para muitas famílias que dependem da coleta de materiais recicláveis. Neste momento os alunos que tinham saído da sala (por que a aula estava chata) começaram a retornar para assistir o vídeo, e quando a apresentação acabou quase todos os alunos que tinham saído estavam em sala.

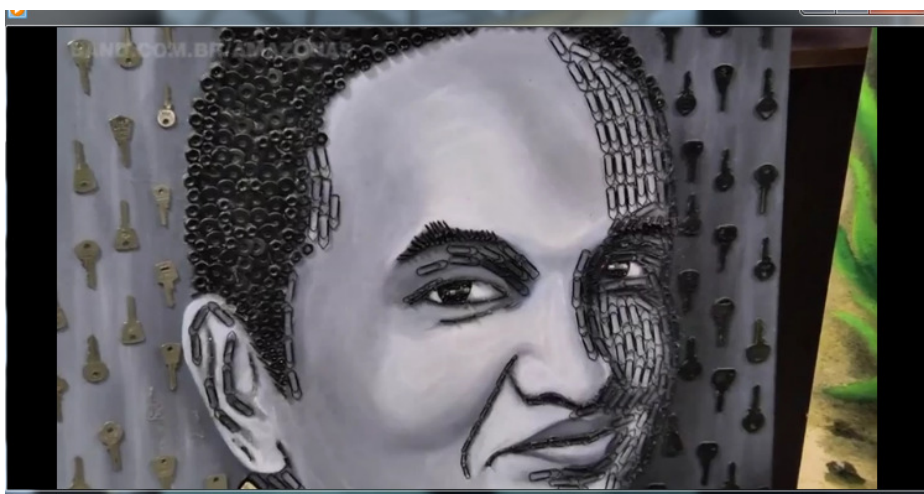


Figura 8: Arte criada a partir de material reciclado exibido no vídeo

Após os alunos assistirem o vídeo foi apresentado a eles uma proposta de atividade avaliativa que trazia questões de princípio multiplicativo e algumas perguntas de coleta seletiva de lixo. Os alunos entenderam bastante a idéia de sustentabilidade e meios para tornar o seu ambiente mais propício para se viver, porém no desenvolvimento da parte matemática ainda restavam muitas dúvidas.



Figura 9: Alunos assistindo um vídeo de sustentabilidade

Assim, como mencionam os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), durante as aulas foram trabalhadas questões que envolveram o cotidiano do aluno, e que deram uma perspectiva de aprendizagem mais formal, como os exercícios de questão Ambiental. Pois a partir do aumento da população, o homem começou a traçar meios e técnicas para se sustentar, daí então começou a intervir no meio ambiente, esquecendo da sua essência.

Quando se trata de discutir a questão ambiental, nem sempre se explicita o peso que realmente têm essas relações de mercado, de grupos de interesses, na determinação das condições do meio ambiente, o que dá margem à interpretação dos principais danos ambientais como fruto de uma “maldade” intrínseca ao ser humano (BRASIL, 1997, p. 173).

Participação e Duvidas dos alunos:

Os alunos perceberam a importância da sustentabilidade para o seu próprio futuro, pois os alunos começaram a se interessar pelo assunto visto nos vídeos. A partir de então houve vários comentários como:

- Não sabia que existia coleta seletiva da prefeitura.
- Eu nunca dei valor à reciclagem de lixo em casa.
- Eu gostei da parte que fala que esse tipo de trabalho gera emprego.
- Eu não sabia qual era a diferença entre materiais orgânicos e recicláveis.
- Vou pesquisar mais sobre o tema sustentabilidade.

Referente às perguntas de sustentabilidade extraídas do vídeo os alunos praticamente gabaritaram, porque a grande maioria estava em sala e absorveram bastante o assunto. Já nas situações problemas que envolveram análise combinatória houve alguns alunos que não conseguiram desenvolver, por exemplo, questões de “PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO” que segundo a atividade, pedia para o aluno responder de quantas formas ele poderia se organizar para executar as tarefas da questão de numero um.

Então se o aluno escolheu duas formas Ex: economizar água ou destinar o lixo logo o aluno apenas respondia “duas” sem apresentar a estratégia de como chegou o resultado, ou às vezes trocava o princípio multiplicativo pelo princípio aditivo como foi o caso dessa questão quando indagado ele respondeu “são duas, a primeira é destinar o lixo e a segunda é economizar a água”. A partir dessa conclusão apresentei a solução aos que não conseguiram resolver.

Primeiramente mostrei a eles que se foi escolhida duas alternativas então poderíamos nos organizar fazendo primeiramente a de número um e segundo a de número dois ou primeiramente a de número dois e depois a de número um, então teríamos num total de duas formas, ou seja, $2 \times 1 = 2$. Os alunos me perguntaram “então se eu tivesse escolhido três atitudes então era só multiplicar $3 \times 2 \times 1 = 6 =$ seis formar?” respondi que sim mas de preferência que mostrasse essas formas uma a uma.

Já na questão de número cinco os alunos tiveram mais dúvidas ainda pelo fato da questão não ser tão fácil de resolver. Visto que na questão pedia para coletar materiais de tal forma que apenas poderia coletar dois por vez, então se os alunos tivessem escolhido três materiais eles achavam que ainda era apenas para multiplicar duas (2) vezes três (3), ou seja, $2 \times 3 = 6$, obtendo uma resposta incorreta. Esta questão foi resolvida em sala com a seguinte idéia se eu escolho três materiais recicláveis então terei(material 1 e material 2) ou (material 1 e material 3) ou (material 2 e material 3) ou seja terei num total de 3(três) formas para coletar esses materiais, lembrando que nesse caso a forma de coletar (material 1 e material 2) é igual a forma de coletar (material 2 e material 1) visto que os materiais são os mesmos nas duas formas. No caso essa questão seria totalmente diferente da primeira questão apresentada anteriormente. Ela também poderia ser resolvida da seguinte forma: a quantidade de possibilidades que este catador poderá dispor para coletar os materiais recicláveis será $\frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$ que é o que justifica a resposta dada acima.

Lembrando que $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$, e $2!(3-2)! = 2 \times 1 = 2$, logo $\frac{6}{2} = 3$. No restante das questões os alunos foram bem e não houve dúvidas.

Aula 05 (Apêndice A.5)

Data: 30/08/2017

Série: 2º ano

Turma: 02

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem: fatorial

Passo a passo da aula:

Neste dia a aula iniciou se às 19h00min em ponto, visto que apenas tinha 50 minutos para realizar a atividade em sala de aula, e no momento do início da aula apenas tinham chegado cinco alunos e tive que esperar pelo menos mais três alunos para dar prosseguimento na aula que consistia em organizar equipes de pelo menos cinco alunos cada (porém não foi possível organizar equipes de cinco alunos por que só formaria uma equipe de cinco), para participar de um jogo lúdico de perguntas e respostas.

O jogo resumia se em responder o máximo de perguntas corretas possíveis. As referencias que serviram de base para as respostas foram extraídas dos vídeos passados nas aulas anteriores. Porém continuei as orientações com os alunos que ainda estavam organizando os grupos. No momento seguinte continuei a explicar as regras do jogo.

Cada grupo tinha direito de responder uma pergunta de Sustentabilidade e se respondesse corretamente poderia ainda continuar a responder a pergunta seguinte, entretanto se após a segunda pergunta o grupo acertasse novamente, então a equipe poderia escolher uma pergunta de matemática (princípio multiplicativo, fatorial, etc.) para a equipe que desejasse. Já a segunda regra era a seguinte: caso a equipe questionada errasse a pergunta, então para recuperar o seu ponto bastava os membros da equipe responder uma pergunta de matemática. Num total formaram 2(duas) equipes de 4(quatro) alunos cada, então foi dado inicio a gincana.

A equipe que começou foi a equipe dois que foi indagado com a seguinte pergunta: “você sabe o que é sustentabilidade?”. Foi dado um tempo (não muito longo por causa da duração da aula), então os alunos após o tempo dado responderam: “é tudo aquilo que traz beneficio ao homem”. Então após a resposta desta equipe respondi a eles que sustentabilidade vai muito mais além da existência do homem, porque a palavra significa: **ações e atividades humanas que atendem a necessidade do homem(mulher) sem se envolver com futuro do planeta**. Neste momento os alunos responderam que era isso que eles queriam falar, mas com outras palavras. E como eles erraram a pergunta foi reformulada outra questão de matemática. A problemática era a seguinte: “Quantos anagramas da palavra “FEL” podem ser formados?”.

E mais uma vez os estudantes foram estimulados a pensar na questão proposta. E após alguns minutos os alunos responderam que a palavra em questão tinha exatamente 5(cinco) anagramas sendo elas : fel,fle,efl elf e lef. Parabeneizei os pela resposta, mesmo que ainda faltasse um anagrama, como também pelo fato da equipe ter chegado a essa conclusão, Assim

explique para toda a turma que a maioria dos anagramas podem ser obtidos com permutações como do exemplo, se temos três letras então teremos 3!(três fatorial), ou seja, $3 \times 2 \times 1 = 6$.

Logo após continuei com a bateria de perguntas agora para a equipe um. Foi perguntada aos alunos a seguinte frase: “o que é um problema ambiental?”. Novamente a equipe de numero um teve um tempo para responder. E após tempo solicitado os mesmos responderam: “é poluir os rios, atmosfera, é destruir o meio ambiente”. Em decorrência do tempo que era curto, informei aos alunos da equipe que eles indiretamente estavam corretos, e apenas tive que fazer mais uma pergunta de sustentabilidade que tinha como pergunta a seguinte frase: qual a importância da reciclagem?

Então os alunos responderam: “é reaproveitar alguns materiais e impedir que os mesmos destruam o meio ambiente” e então a campanha bateu e encerrou se a gincana com a equipe de numero um como vencedora.



Figura 10: Estagiário explicando aos alunos a regra da gincana.

Duvidas dos alunos:

Novamente durante toda a aula os alunos apenas tiveram dificuldades no modo de como se expressar referente à formulação da resposta sobre o tema sustentabilidade (como por exemplo, o que é sustentabilidade) como foi visto a cima no passo a passo das aulas e nas

estratégias que deveriam traçar para resolver as situações problemas (como visto acima na questão de anagrama), porém em todo o tempo de aula procurei sanar o máximo possível de dúvidas dos alunos para assim então dar prosseguimento da atividade proposta, e os alunos estavam bastante atenciosos e colaborativos com o desenvolvimento da gincana.

A metodologia de ensino da matemática estabelece que devem ser utilizados meios que facilite a aprendizagem do aluno. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (2006) dão caminhos para se fazer matemática em sala de aula, e entre estes está o recurso da resolução de problemas. A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de crédito), ou por problemas vinculados a outras ciências. No que se refere ao uso de problemas na área de matemática, a prática mais freqüente consiste em ensinar um conceito, uma maneira de resolver e, posteriormente, apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para grande parte dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar uma fórmula, um procedimento (BRASIL, 2006).

Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação. No entanto como foi visto em sala de aula as atividades propostas foram bem aplicadas nessa modalidade de metodologia (situação problema), mais precisamente em problemas combinatórios. E houve uma preocupação maior no que tange os conceitos e as formas de como os mesmos eram passados aos alunos. Como menciona os Parâmetros Curriculares Nacionais (2006), o foco durante as aulas não foi à definição, mas sim o problema, pois é no problema que, na verdade, o aluno aprende a definir na grande maioria das vezes. Em sala de aula os alunos foram levados a refletir sobre o problema que a partir daquele momento deixou de ser exercício e passou a ser realmente uma situação problema. Alguns alunos utilizaram muito de imitação e prática e que os ajudou a resolver a atividade que foi aplicada na classe essa metodologia está bem explícita por (POLYA, 1978)

(...) a resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora da água e, a final aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos resolver problemas resolvendo os. (POLYA, 1995, p. 3).

As aulas poderiam ser bastante proveitosas com uso das tecnologias que estão disponíveis na escola, tais como: sala de informática, biblioteca, quadra para medições e gincanas. Também construindo ao longo das aulas metodologias que despertassem o interesse do aluno (a), tais como vídeos, jogos, etc. A utilização de seminários também é uma boa sugestão para ser aplicado em sala de aula, pois faz com que o aluno estude e aprenda o assunto para após chegar na classe desenvolva uma boa apresentação.

3.3 Ações não efetivadas

Durante todo o desenvolvimento dessa proposta não houve atividades que não puderam ser aplicadas, todas puderam ser realizada no tempo certo.

3.4 Aplicação do questionário Diagnostico (Apêndice B)

Tabela 1 - Acertos e erros da avaliação de diagnóstico aos alunos

Questão	Qtde acertos	% acertos	Qtde erros	% erros	Comentários
1	4	40%	6	60%	Erros na aplicação do princípio aditivo, Ex: 2 carros e 2 motos, temos 2×2 em vez de $2 + 2$ maneiras de ir a escola.
2	5	50%	5	50%	Uso inadequado da formula do fatorial. Ex: na palavra pés existem 3 anagramas em vez de $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.
3	2	20%	8	80%	Erros na solução Ex: para uma senha com três dígitos temos $3 \times 3 \times 3 = 27$ senhas.
4	3	30%	7	70%	Não souberam interpretar o enunciado (ou, seja, passar do português para a linguagem matemática.
5	6	60%	4	40%	Inverteram a formula da combinação pelo o do arranjo.

Tabela 2 - Acertos e erros da avaliação de diagnóstico aos alunos

Notas	Qtde	%
10	5	100%
8	4	80%
6	3	60%
6	3	60%
4	2	40%
2	1	20%
2	1	20%
2	1	20%
0	0	0%
0	0	0%

3.5 Aplicação da Avaliação de aprendizagem aos alunos (Apêndice C)

Na primeira questão a metade dos alunos que responderam a avaliação acertou a pergunta, pois como dizia na questão **“de quantas maneiras você poderá escolher apenas duas disciplinas tendo como opções: matemática, português, física, química e inglês ?”** o enunciado queria a quantidade máxima de combinações de pares de disciplina que dava para ser formada duas à duas.

Ex: matemática e português = português e matemática, só ai era uma.

Então o total de dupla de disciplina eram 5 opções na primeira escolha e 2 opções na segunda escolha, logo temos $5 \times 2 = 10$ opções portanto, apenas metade da turma acertou esta questão.

Na segunda questão que também se utilizava o princípio multiplicativo, os alunos não sabiam como montar a formula matemática do problema, mas apenas deram uma idéia de números, tais como: “podemos formar números como 120, 130, 590, etc”. e os que acertaram apenas colocaram a resposta na questão “250”. Porém a resposta era: temos 5 opções de escolha para inserir no primeiro dígito dessa senha sendo eles impar na sequencia (1, 3,5,7,9). Já no dígito do meio não importava se era impar ou par ou zero pois a casa das dezenas contempla todos esses números, logo teremos 10 opções sendo elas (1,2,3,4,5,6,7,8,9,0). E por fim teremos no dígito final 5 opções de números par na sequencia (0,2,4,6,8), logo o numero de números que podemos formar nessa ordem é $5 \times 10 \times 5 = 250$ numeros

Já na terceira questão que também trabalhava o princípio multiplicativo, os alunos apenas mostravam o resultado multiplicando porem não conseguiam transformar a formula do produto das decisões que poderiam ser tomadas a partir de idéias que o problema trazia

Nessa quarta questão os alunos apenas resolveram o anagrama sem perceber que o problema era mais sofisticado, ou seja, antes de resolver o anagrama o problema exigia uma atenção especial, pois ele pedia somente os anagramas da palavra escola que começavam com vogais, o que fez os alunos errarem bastante.

Ja na quinta questão o enunciado era bastante complexo e o número de acertos foi de 70%, o que me surpreendeu devido ao grau de dificuldade do problema.

Tabela 3 - Acertos e erros da avaliação de aprendizagem aos alunos

Questão	Qtde acertos	% acertos	Qtde erros	% erros	Comentários
1	5	50%	5	50%	Os alunos quase não sabiam o método do princípio multiplicativo trocavam (M x N) por (M + N)
2	4	40%	6	60%	O mesmo erro cometido da primeira questão (Princípio multiplicativo)
3	8	80%	2	20%	Erro na aplicação do princípio multiplicativo. Ex: 30 + 20 + 10 em vez de 30 x 20 x 10.
4	3	30%	7	70%	Erros na aplicação da fórmula do fatorial da palavra "escola". Ex: 6! = 6+5+4+...+1, em vez de 6x5x...x1
5	7	70%	3	30%	Os alunos não aplicaram o Arranjo durante a atividade só multiplicavam os números.

Tabela 4 - Acertos e erros da avaliação de aprendizagem aos alunos

Notas	Qtde	%
8,0	4	80%
6,0	3	60%
6,0	3	60%
6,0	3	60%
6,0	3	60%
6,0	2	40%
4,0	2	40%
4,0	2	40%
4,0	2	40%
4,0	2	40%

3.6 Aplicação do Questionário de contribuição das atividades (Apêndice D)

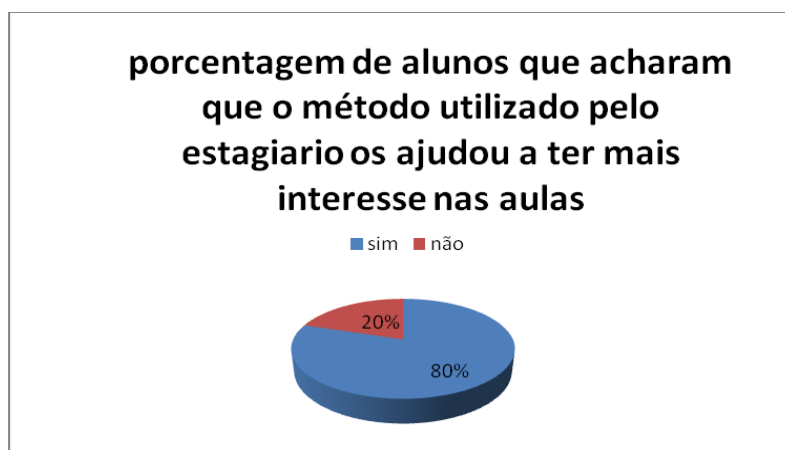


Figura 11: Estímulo e interesse nas aulas

Quanto aos exemplos citados pelos alunos que mostram onde a matemática é utilizada no cotidiano destacam-se:

Aluno 01: em N modos de organizar uma fila.

Aluno 02: em tomadas de decisões.

Aluno 03: em apostas e bingos.

Aluno 04: em confecção da placas.

Aluno 05: nas escolhas de grupos a partir de vários cargos de empregos.



Figura 12: Conteúdo que os alunos mais gostaram.

Quanto ao resumo sobre o conteúdo que mais o aluno entendeu, destacam se:

Aluno 01: gostei do principio aditivo por que foi mais facil de entender.

Aluno 02: gostei do principio aditivo porque posso é de modo mais facil tomar uma decisão.

Aluno 03: não gostei de nenhum.

Alnuo 04: deixou em branco.

Aluno 05: gostei do fatorial porque combina as palavras.

Aluno 06: deixou em branco.

Aluno 07: gostei dos anagramas.

Aluno 08: não gostei de nenhum.

Aluno 09: gostei dos arranjos e combinações mas não como usar no cotidiano.

Aluno 10: deixou em branco.

A partir da pergunta “qual conteúdo que cada aluno mais gostou”, percebeu-se que alguns alunos por não entenderem os assuntos abordados preferiram deixar a questão em branco, outros em determinado momento por entenderem e gostarem dos conteúdos de fatorial e principio multiplicativo ou aditivo os destacaram como sendo os assuntos que mais gostaram, principalmente as combinações e anagramas, este ultimo, segundo alguns alunos, foi o assunto que mais ficou marcado na vida dos deles devido a reordenação de letras para a formação de uma nova palavra.

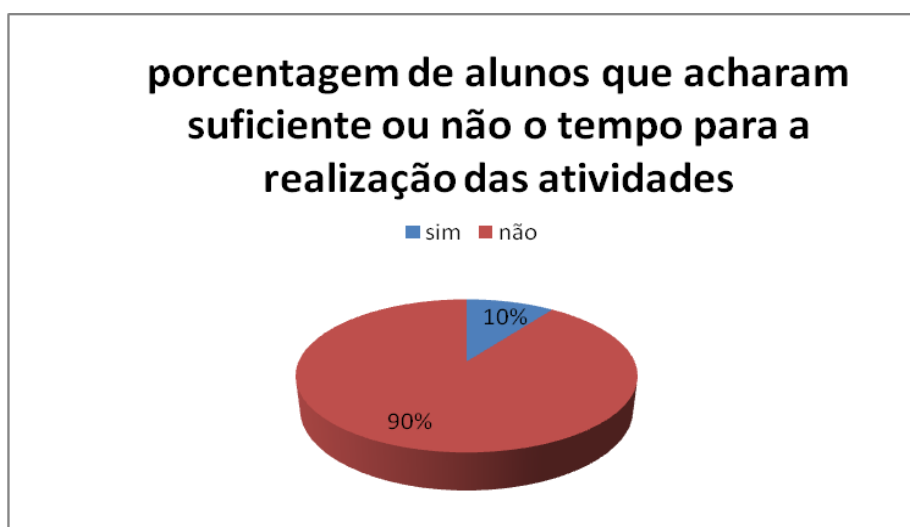


Figura 13: Tempo para a realização das atividades.

Referente à porcentagem de alunos que responderam “as atividades permitiram a iteração com os colegas” destacam se:

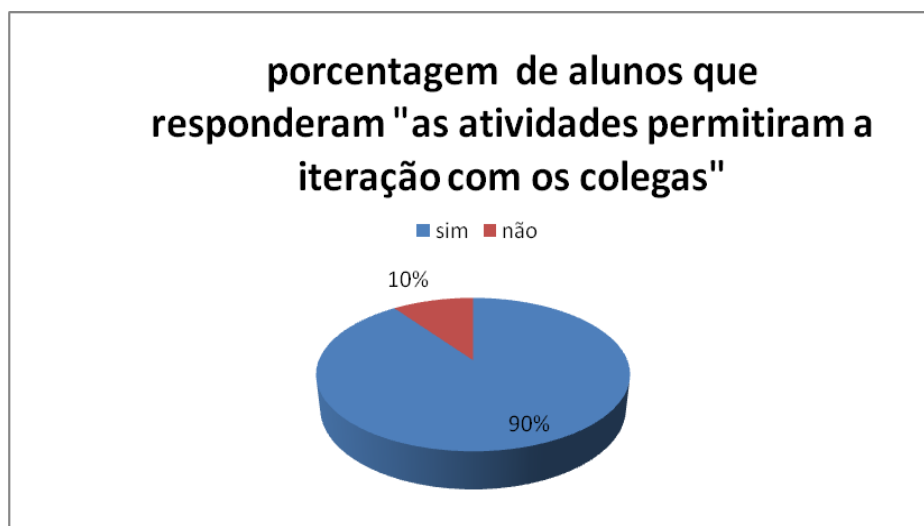


Figura 14: A atividade permitiu iteração com os colegas.

Referente ao grau de satisfação dos alunos destaca-se:

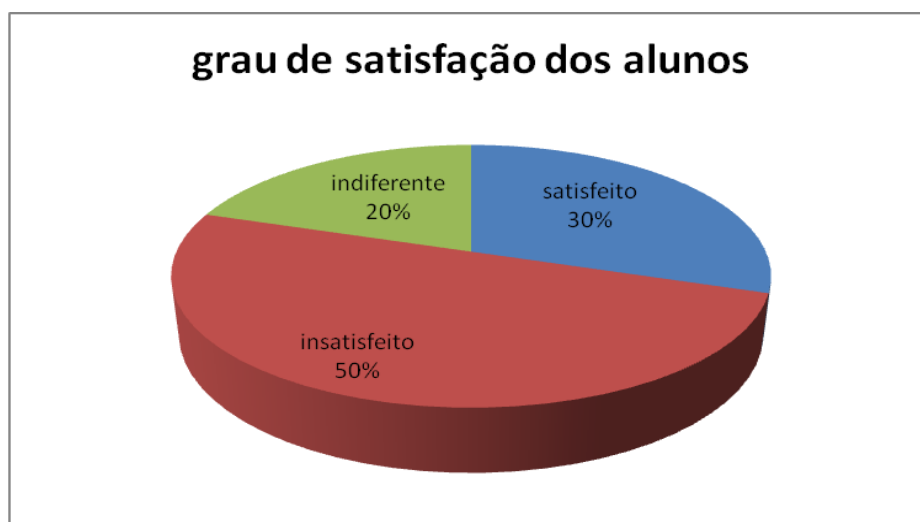


Figura 15: Grau de satisfação das aulas.

Referente às sugestões para melhorar as aulas, destacam-se:

Aluno 01: o professor tem que vim mais vezes a sala.

Aluno 02: tem que ter vídeo aula também.

Aluno 03: seminário em grupo e individual.

Aluno 04: seria bom ter um laboratório de matemática.

Aluno 05: o professor deveria copiar menos e ensinar mais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho aqui apresentado teve por objetivo principal favorecer a compreensão do princípio fundamental da contagem (PFC) para resolução de problemas. Ao utilizar material lúdico nas atividades e abordar questões sobre sustentabilidade, pode-se afirmar que a melhoria da compreensão do conteúdo foi alcançada. Ao propor atividades referentes às estruturas multiplicativas em problemas de contagem, após a aplicação do material concreto, foi possível perceber que os alunos absorveram bastante os assuntos e problemas propostos. A partir dos resultados obtidos, percebeu-se que não basta apenas ensinar matemática, mas como ensinar matemática. Por isso, as metodologias de ensino são as ferramentas que o professor dispõe para oferecer uma boa proposta de aula.

Verificou-se também, que alguns alunos tinham afinidade com os conceitos, sendo estes apenas lembrados e que algumas habilidades perceptivas e o desenvolvimento do raciocínio lógico foram adquiridos através das atividades desenvolvidas.

Conforme Sousa (2002), as situações de problemas de contagem que leva em conta o raciocínio combinatório permitiram aos alunos organizar os elementos de todos os modos possíveis para obterem os resultados. A construção de conceitos matemáticos, o desenvolvimento do raciocínio lógico e principalmente a socialização, são benefícios de se trabalhar com atividades lúdicas, sendo muito útil para a aprendizagem. No entanto, atividades desse tipo exigem um comprometimento muito grande por parte do professor, pois altera o tradicional modelo de ensino que muitas vezes se dá apenas com o suporte do livro didático e dos exercícios. É preciso estar preparado para os diferentes rumos que o trabalho com o material concreto pode tomar, para as dúvidas que surgem no caminho, para os conceitos que são inseridos durante o processo.

O sucesso de se trabalhar materiais concretos depende do que o professor quer propor, seus objetivos, por isso todas as atividades devem ser bem planejadas e exploradas todas as situações, no intuito de fazer com que os alunos participem durante todo o processo investigativo. Conforme observações realizadas, os alunos conseguiram resolver os problemas combinatórios e, pode-se concluir que o uso do material concreto pode desempenhar um importante papel no processo ensino aprendizagem. Comparando os resultados obtidos neste estudo com a problemática inicial de que os materiais concretos contribuem para a resolução de

problemas de contagem no Ensino Médio, a conclusão é de que ela se confirmou, pois conforme Smole (2007) foi possível constatar que os alunos adquiriram capacidade de sistematizar e abstrair conhecimentos através dos jogos e do material concreto.

Como dito anteriormente, não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta. Este trabalho representa uma pequena contribuição para a prática pedagógica do ensino da Matemática, no sentido de melhorar o seu ensino e tornar o aluno o centro desse estudo.

REFERÊNCIAS

- ANGELO, P. et al. **Seminários de Resolução de Problemas**. São Paulo, IME-USP, 2001, 21p. Disponível em <http://www.miniweb.com.br/ciencias/Artigos/resolucao_problemas.pdf>. Acesso em: 08 Ago. 2017.
- BRASIL. **Ministério Da Educação**. Secretaria De Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: 2006.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental: terceiro e quarto ciclos**. Brasília: 1998.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Meio Ambiente**. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria do Ensino Fundamental, Brasília, 1997.
- BRITO, Francimar. ZERAICK, Noemi. **Sociedade Brasileira de Matemática: disseminando o estudo da matemática**. Rio de Janeiro, Brasil, 2012. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/b_c-kramp>. Acesso em: 08 Set. 2017.
- BOGDAN, Robert; KIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- CASSIA, Rita, **A relação Professor Aluno e o Processo de Aprendizagem**. Ponta grossa, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1534-8.pdf>>. Acesso em: 02 Out. 2017.
- CUNHA, Sandra. COELHO, José. **A questão ambiental: diferentes abordagens**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2003. Disponível em: <<http://jararaca.ufsm.br/websites/unidadedeapoio/download/TIELERIPPLINGER.pdf>>. Acesso em: 05 Set. 2017.
- LISBOA, Carla, **Desafios do desenvolvimento**, Brasília, 2013. Disponível em: <desafios.ipea.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=2941:catid&Itemid=23>. Acesso: 20 Ago. 2017.

MARIA, Cristiane; CRISTINA, Fabiane. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, Pernambuco, 2004. Disponível em: <www.sbem.com.br/files/viii/pdf/05/1MC17572744800.pdf>. Acesso em: 22 Ago. 2017.

MOREIRA, Marco A. A Teoria de Ausubel. In: **Aprendizagem Significativa**. Brasília: Editora UnB, 1999.

POLYA, George, **A arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

_____. **A arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. **Como Estudante e Professores de Anos Iniciais Pensão Sobre Problemas Combinatórios**. Educ. Matem. Pesq, São Paulo, v.15, Número Especial, p.895-908, 2013. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/277711695_Como_estudantes_e_professores_de_anos_iniciais_pensam_sobre_problemas_combinatorios>. Acesso em: 05 set. 2017.

REGINA, Célia. **Conhecimento Prévio e Aprendizagem Significativa de Conceitos Históricos no Ensino Médio**. UNESP. Marília, 2008. Disponível em: <https://www.marilia.unesp.br/Home/PosGraduacao/Educacao/Dissertacoes/alegro_rc_ms_mar.pdf>. Acesso em: 20 Ago. 2017.

SMOLE, Katia C.S; DINIZ, Maria Ignez; CANDIDO, Patrícia. **Cadernos do Mathema: Jogos de Matemática de 1º ao 5º ano – Ensino Fundamental**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOUSA, Umbelina. **Um Modelo Matemático para o Estudo das Dificuldades do Sistema de Numeração Decimal** – Monografia do Curso de Especialização em Ensino de Matemática Básica. UEPB. Setembro 2002. Disponível em: <www.sbem.com.br>. Acesso em 10 Set. 2017.

TOMAZZETI, E. M. et. al. **Racionalidade, Educação e Gestão Ambiental**. *Redes*, Santa Cruz do Sul, v. 3, n. 2, p. 45-69, dez. 1998.

APÊNDICE A.1

Plano de aula nº 01

Data: 05/05/2017

Série/Turma: 2º ano 2

Hora/aula: 1h e 40 min

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem

Conceitos: conceitos matemáticos envolvendo o princípio multiplicativo

Objetivo(s): propiciar contato com situações problemas, nas quais o aluno possa utilizar o princípio multiplicativo para a resolução das mesmos

Procedimentos Metodológicos: aula expositiva e dialogada; contextualização de problemas.

Recursos didáticos: Pincel e quadro branco.

Passo a passo da aula: será dada ênfase a identificação, análise e interpretação de palavras contidas em pequenos textos.

1º momento: Iniciar a aula com um exercício prático para trabalhar com os alunos a idéia do princípio multiplicativo. Após a atividade definir o princípio fundamental da contagem (princípio multiplicativo), logo após mostrar alguns exemplos.

2º momento: aplicar uma situação problema que exemplificam o conteúdo abordado em sala de aula.

APÊNDICE A.2

Plano de aula nº 02

Data: 08/05/2017

Série/Turma: 2º ano 2

Hora/aula: 1h e 40 min

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem; fatorial.

Conceitos: conceitos matemáticos envolvendo processos combinatórios de contagem envolvendo fatorial

Objetivo(s): ao final da aula o aluno estará apto a determinar os processos combinatórios utilizado no princípio fundamental da contagem.

Procedimentos Metodológicos: aula expositiva e dialogada; contextualização de problemas.

Recursos didáticos: Pincel e quadro branco, papel A4

Passo a passo da aula: será apresentado o tema (princípio fundamental da contagem) aos alunos com definições e aplicações do método de processos combinatórios, para após as explicações os mesmos desenvolverem uma estratégia que resolva a situação problema proposta.

1º momento: Iniciar a aula com um exercício prático, utilizando material concreto(A4) para trabalhar com os alunos a idéia de fatorial. Após a atividade definir o princípio fundamental da contagem (princípio multiplicativo, fatorial), logo após mostrar alguns exemplos.

2º momento: aplicar uma situação problema que exemplificam o conteúdo abordado em sala de aula.

APÊNDICE A.3

Plano de aula nº 03

Data: 09/05/2017

Série/Turma: 2º ano 2

Hora/aula: 1h e 40 min

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem, situações problemas (envolvendo fatoriais).

Conceitos: conceitos matemáticos envolvendo arranjos simples

Objetivo(s): propiciar contato com situações problemas, nas quais o aluno possa utilizar o princípio multiplicativo de arranjos para a resolução das mesmas.

Procedimentos Metodológicos: aula expositiva e dialogada; contextualização de problemas.

Recursos didáticos: Pincel e quadro branco

Passo a passo da aula: será dada ênfase a identificação, análise e interpretação de palavras contidas em pequenos textos.

1º momento: Iniciar a aula com algumas definições de arranjos simples, logo após mostrar alguns exemplos de como o fatorial pode vir a ser utilizado no cotidiano.

2º momento: aplicar um exercício que exemplifica o conteúdo abordado em sala de aula em dupla.

APÊNDICE A.4

Plano de aula nº 04

Data: 29/08/2017

Série/Turma: 2º ano 2

Hora/aula: 50min

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem

Conceitos: conceitos matemáticos envolvendo o princípio multiplicativo

Objetivo(s): propiciar contato com a percepção e criatividade de deduzir conceitos matemáticos a partir de vídeos e situações problemas, nas quais o aluno possa utilizar o princípio multiplicativo para a resolução das mesmas

Procedimentos Metodológicos: Será utilizado o método dedutivo, utilizando-se da pesquisa expositiva (vídeo) e contextualização de problemas.

Recursos didáticos: vídeo, papel cartolina, pincel, quadro branco.

Passo a passo da aula: será apresentado aos alunos um vídeo mostrando a importância da sustentabilidade para o ser humano, após o vídeo será aplicado umas questões em que cada aluno para responde – La terá que extrair as informações do vídeo em pauta.

1º momento: Iniciar a aula com dois vídeos mostrando a importância da sustentabilidade (será dado ênfase na questão da sustentabilidade do planeta, com trabalhos voltados para a reciclagem e destinação do lixo, também será mostrado quais cooperativas trabalham com este tipo de material reciclável e o que a prefeitura de Manaus está fazendo a respeito da preservação do meio ambiente como um todo E cada aluno deverá prestar o máximo de atenção para a partir de então resolver os problemas propostos.

2º momento: aplicar uma situação problema aos alunos a partir do vídeo apresentado, contendo aplicações do princípio fundamental da contagem.

APÊNDICE A.5

Plano de aula nº 05

Data: 30/08/2017

Série/Turma: 2º ano 2

Hora/aula: 50min

Conteúdo(s) abordado(s): princípio fundamental da contagem

Conceitos: conceitos matemáticos envolvendo o princípio multiplicativo

Objetivo(s): propiciar contato com a percepção e criatividade de deduzir conceitos matemáticos a partir de situações problemas, nas quais o aluno possa utilizar o princípio multiplicativo para a resolução das mesmas

Procedimentos Metodológicos: Será expositiva e contextualização de problemas.

Recursos didáticos: papel cartolina, pincel, quadro branco.

Passo a passo da aula: será apresentado aos alunos um jogo lúdico de perguntas e respostas envolvendo a idéia intuitiva do principio fundamental da contagem e ao mesmo tempo falará da importância da sustentabilidade do planeta, com o sub tema reciclagem do lixo.

1º momento: Será escolhido três equipes de 6 alunos cada, após as formações das equipes, será apresentado um jogo de perguntas e respostas aos alunos com questões referente a reciclagem do lixo. E para cada pergunta certa eles ganham um ponto e para cada resposta incorreta eles podem recuperar seus pontos perdidos resolvendo uma questão de análise combinatória (princípio fundamental da contagem). OBS: se a equipe responder corretamente duas perguntas consecutivas a mesma pode desafiar a equipe adversária a responder uma questão, tanto de reciclagem de lixo como de análise combinatória Vence quem após dose perguntas responder corretamente mais enunciados.

2º momento: após toda explicação referente ao jogo lúdico, será dado início , já com as equipes formadas, vence quem acerta mais questões.

APÊNDICE B

Questionário diagnóstico do Aluno

Aluno: _____

Série: _____ Turno: _____

Sexo: () Feminino () Masculino

Idade: _____ anos.

1. Com dois carros e duas motos você poderá ir a escola de quantas maneiras diferentes?
2. Quantos anagramas existem na palavra PÉS?
3. Uma empresa precisa de uma senha que tenha 3 dígitos, porém os números não podem se repetir. Qual a quantidade números que essa empresa terá para escolher uma senha?
4. Quantos números uma empresa de celular pode fornecer, sabendo que são 6 dígitos e que os números podem se repetir?
5. Com três alunos e duas alunas, quantas comissões de dois alunos podem ser formadas, sendo um menino e uma menina?

APÊNDICE C

Questionário de Avaliação de Aprendizagem

Aluno: _____

Série: _____ Turno: _____

Sexo: () Feminino () Masculino

Idade: _____ anos.

1. De quantas maneiras você poderá escolher apenas duas disciplinas tendo como opções: matemática, português, física, química e inglês?
2. Quantos são os números pares, de três algarismos, e começados por um algarismo ímpar?
3. De quantas maneiras podemos escolher um diretor, uma secretaria e um merendeiro para uma escola, sendo que há 10 candidatos a Diretor, 20 candidatas a secretaria e 30 candidatos a merendeiro?
4. Quantos são os anagramas da palavra ESCOLA que começam com vogais?
5. O departamento de trânsito (detran) precisa de sua ajuda, você terá que encontrar o número exato de placas que podem ser criadas com três letras e quatro números, e verifique se esse modelo de placa é suficiente para dois milhões de habitantes.

APÊNDICE D

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DA CONTRIBUIÇÃO DAS ATIVIDADES

Aluno: _____

Série: _____ Turno: _____

Sexo: () Feminino () Masculino

Idade: _____ anos

Caro estudante, este questionário tem como objetivo avaliar as aulas ministradas pelo estagiário, saber as dificuldades que você sentiu para compreender os conteúdos, para realizar as atividades solicitadas e, assim, analisar possíveis estratégias e metodologias para melhorar o ensino e a aprendizagem de Matemática no nível Médio. Asseguramos o compromisso com o sigilo das informações, respeitando a privacidade de cada estudante. Na certeza de sua colaboração, antecipadamente agradecemos.

1) O método utilizado pelo estagiário ajudou para que você tivesse mais interesse nas aulas?
() Sim () Não

2) Cite alguns exemplos utilizados pelo estagiário que mostram onde a Matemática é usada no cotidiano.

3) Qual conteúdo de análise combinatória você mais gostou de fazer? Por quê?

4) Faça um resumo sobre o conteúdo que mais entendeu, para que ele serve.

5) O tempo foi suficiente para realização das atividades? () Sim () Não

6) As atividades permitiram a interação com os colegas? () Sim () Não

7) Qual o seu nível de satisfação em relação às atividades realizadas?

() satisfeito

() insatisfeito

() indiferente

8) Dê sugestões para melhorar as aulas.

ANEXO A.1

Material de apoio ao Plano de Aula 01

Situação problema que sera utilizado pelo professor

Veja um exemplo de um problema que utiliza o princípio multiplicativo e como montamos os seus agrupamentos.

Será escolhido dez alunos para ser aplicado este exercício. Cada aluno irá, escrever os meios de transporte que podem ser utilizados para chegar o mais perto de sua casa em três pedaços retangular de cartolina, exemplo:(carro, moto, ônibus). Logo após cada aluno fará uma escolha de saída de casa (tomara uma decisão d1). E depois fará uma escolha de transporte de volta para casa (tomara uma decisão D2), sendo que não poderá utilizar o mesmo meio de transporte. Será pedido para que cada aluno faça o diagrama de suas tomadas de decisões.

Exemplo de tomada de decisão e de possíveis respostas:

1. Carro de ida e moto de volta
2. Carro de ida e ônibus de volta
3. Moto de ida e carro de volta
4. Moto de ida e ônibus de volta
5. Ônibus de ida e carro de volta
6. Ônibus de ida e moto de volta

Conclusão da situação problema:

Será verificado as possíveis respostas, que será comparada com a do professor, em seguida será apresentado aos alunos que três meios de transportes podem ser um conjunto A de três elementos(d1,d2,d3), e a volta que tem que ser diferente da ida também pode ser um outro conjunto B independente do primeiro com dois elementos (D1,D2). Sendo assim o numero de decisão que eles podem tomar independe uma da outra, logo pelo princípio multiplicativo poderá ser A vezes B ou seja o numero de elementos do conjunto A vezes o numero de elementos do conjunto B, portanto o resultado será $3 \times 2 = 6$

SITUAÇÃO PROBLEMA

Cada aluno ira realizar esta atividade individual.

Proposta:

João possui 4 disciplinas de humanas (português, história, geografia, arte), e três disciplinas de exatas (matemática, física, química). De quantas maneiras diferentes ele poderá escolher duas disciplinas para estudar aos finas de semanas, sendo que ele não pode repetir as mesmas áreas de humanas ou de exatas?

Resposta:

1. Português e matemática
2. Português e física
3. Português e química
4. História e matemática
5. História e física
6. História e química
7. Geografia e matemática
8. Geografia e física
9. Geografia e química
10. Arte e matemática
11. Arte e física
12. Arte e química

Pelo princípio fundamental da contagem temos 4 disciplinas de humanas e 3 disciplinas de exatas logo basta multiplicar $4 \times 3 = 12$ combinações.

ANEXO A.2

Material de apoio ao Plano de Aula 02

Situação problema que sera utilizado pelo professor

Veja um exemplo de um problema que utiliza o conceito de fatorial.

Será escolhido dez alunos para ser aplicado este exercício. Cada aluno irá, receber as letras A, M, O, R, que estarão confeccionadas em papel A4, em seguida cada aluno deverá reordenar (permutar) as letras de tal forma que encontre todas as combinações possíveis dessa palavra (AMOR). Depois cada aluno fará o diagrama de seus resultados possíveis. Logo após será pedido para que cada aluno participante faça as reordenações da palavra A, M, O, e também cada aluno anotara os seus resultados possíveis.

Exemplo de permutações de uma resposta possível:

Anagramas da palavra AMOR

1 AMOR; 2 AMRO; 3 AORM; 4 AOMR; 5 AROM; 6 ARMO

7 MAOR; 8 MARO; 9 MOAR; 10 MORA; 11 MRAO; 12 MROA

13 OAMR; 14 AORM; 15 OMAR; 16 OMRA; 17 ORAM; 18 ORMA

19 RAMO; 20 RAOM; 21 ROAM; 22 ROMA; 23 RMAO; 24 RMOA

Anagramas da palavra AMO

1 AMO, 2 AOM, 3 OAM, 4 OMA, 5 MAO, 6 MOA

Conclusão da situação problema:

Portanto os alunos perceberão que de quatro letras podem ser feitas 24 permutações, ou seja $4 \times 3 \times 2 = 24$ anagramas. Como também poderá ser feito 6 anagramas da palavra AMO. Dai sera definido o fatorial sendo $N! = n(n-1)(n-2)(n-3)...1$

Para a palavra AMOR que tem 4 letras o $N = 4$ logo $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. E para a palavra AMO = 3, pois essa palavra tem apenas 3 letras logo $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.

A partir do exemplo anterior determinar os processos utilizados na resolução do problema e verificar se existem outros meios de se chegar no mesmo resultados a partir de outro p os combinatórios

EXERCÍCIO

Cada aluno ira realizar esta atividade individual.

Proposta:

Encotrar as permutações das palavras usando a definição de FATORIAL:

- a) CAFUNÉ
- b) BRASIL
- c) ANEL
- d) FE

Material concreto para a realização das atividades

A M O R

A M O R

A M O R

A M O R

ANEXO A.3

Material de apoio ao Plano de Aula 03

Situação problema que sera utilizado pelo professor

Veja um exemplo de um problema que utiliza o conceito de arranjo

O professor informa aos alunos que em uma escola estadual de ensino, esta sendo disputada uma competição de basquete e que existem 4 equipes participando. Logo após é pedido aos alunos para calcular o números de jogos que podem ser realizados em turno e retorno.

Exemplo de permutações de uma resposta possível:

(Equipe A, equipe B), (equipe A, equipe C), (equipe A, equipe D)

(equipe B, equipe A), (equipe B, equipe C), (equipe B, equipe D)

(equipe C, equipe A), (equipe C, equipe B), (equipe C, equipe D)

(equipe D, equipe A), (equipe D, equipe B), (equipe D, equipe C)

Conclusão da situação problema:

Como o campeonato possui dois turnos, os jogos **Equipe A x Equipe B** e **Equipe B x Equipe A** tratam-se de partidas distintas, então estamos trabalhando com **arranjos simples** onde importa a ordem dos elementos. Devemos calcular $A_{4,2} = 12$

EXERCÍCIO

Cada aluno ira realizar esta atividade individual.

Proposta:

Encotrar as partidas jogadas por um campeonato de basquete com 5 equipes usando usando a definição de arranjo simples:

ANEXO A.4

Material de apoio ao Plano de Aula 04

ATIVIDADE PROPOSTA

- 1. Qual atitude (ou quais atitudes) você como membro dessa gigante família terrestre pode (ou poderá) fazer para que o planeta continue sendo habitável? Cite pelo menos três.**

Resposta: economizar a água, destinar o lixo no lugar correto, utilizar sacolas orgânicas.

- 2. De quantas formas você poderá se organizar para executar as tarefas ordenadas da questão um?**

Respostas: se for 3 então, terei $3 \times 2 = 6$ opções, sendo elas:

- 1) Economizar água 2) destinar o lixo 3) utilizar sacola orgânicas
- 2) Economizar água 2) utilizar sacolas orgânicas 3) destinar o lixo
- 3) Destinar o lixo 2) utilizar sacolas orgânicas 3) Economizar água
- 4) Destinar o lixo 2) Economizar água 3) utilizar sacolas orgânicas
- 5) Utilizar sacolas orgânicas 2) destinar o lixo 3) economizar água
- 6) Utilizar sacolas orgânicas 2) economizar água 3) destinar o lixo

Se for 4 então o alunos terão $4 \times 3 \times 2 = 24$ opções , assim por diante...então o aluno perceberá que foi utilizado a princípio multiplicativo para resolver a situação problema

- 3. Em Manaus quantas coletas seletivas existam em 2006? Quantas ainda funcionam?**

Resposta: existiam 6 em 2006, hoje apenas três funcionam

- 4. A partir do vídeo assistido, cite o nome de pelo menos três materiais recicláveis?**

Resposta: papelão, vidro, plástico, alumínio

- 5. De quantas formas podemos coletar esses materiais de tal maneira que apenas sejam coletados dois por vez?**

Resposta:

(plástico, vidro), (papelão, alumínio), (vidro, papelão), (plástico, alumínio), (alumínio, vidro), (plástico, papelão)

Ou seja a quantidade de possibilidades que este catador poderá dispor para coletar os matérias recicláveis serão $\frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$ que é o que justifica a resposta dada acima.

Referencias dos vídeos:

1. <https://www.youtube.com/watch?v=ZC48pKIoHq0>
2. https://www.youtube.com/watch?v=TZO9PybW_Cc

ANEXO A.5

Material de apoio ao Plano de Aula 05

PROPOSTA DE ATIVIDADE

PERGUNTAS REFERENTES A QUESTÃO AMBIENTAL

1. Você sabe o que é um problema ambiental?
2. Existem problemas ambientais na sua cidade? Quais?
3. O que você entende por sustentabilidade?
4. Quais atitudes você considera sustentáveis?
5. Cite três tipos de poluição ambiental?
6. Quais são os males causados ao homem devido a destruição da camada de ozônio?
7. O que é coleta seletiva?
8. O que é reciclagem?
9. Qual a importância da reciclagem?
10. Como deve ser a separação do lixo?

PERGUNTAS REFERENTES AO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

1. Quantos anagramas possui a palavra “fel”?
2. Quantos números eu posso criar com os todos os algarismos 123?
3. Quantos são os números de dois algarismos distintos?
4. De quantos modos 4 pessoas podem se dispor numa fila?
5. Com 3 canetas, 4 borrachas e 5 cadernos quantos kits podemos montar com apenas uma caneta uma borracha e um caderno?

6. Com uma nota de 5,00 reais, duas de 10,00 e uma de 20,00, de quantas formas posso passar um troco de 25,00 reais?
7. Como podemos escolher de três pessoas apenas uma para receber o primeiro lugar?
8. De quantas formas podemos arrumar quatro alternativas numa questão?