Areté

Manaus | v.14 | n.28 |ago-dez|2020

# O PAPEL DA LINGUAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

## *The role of mathematical language in the teaching-learning process of the mathematics*

**Ronaldo Diones Ruiz Farias**[1]
**Lucélida de Fátima Maia da Costa**[2]

**RESUMO:** Nesse artigo apresentamos resultados de uma pesquisa qualitativa desenvolvida no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), no âmbito do Programa de Apoio à Iniciação Científica (PAIC), da Universidade do Estado do Amazonas (UEA), com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM). O objetivo da pesquisa consiste em compreender o papel da linguagem matemática para o sucesso ou insucesso do processo ensino-aprendizagem da matemática. A pesquisa de cunho bibliográfico foi desenvolvida em três fases. Inicialmente, definimos os parâmetros adotados para a delimitação do material de estudo que englobou livros e artigos científicos que discutem temas relacionados ao objeto de estudo, na fase seguinte realizamos leituras reflexivas de reconhecimento do material bibliográfico e, posteriormente, a leitura interpretativa que nos permitiu a análise de dados. Os resultados indicam que a linguagem é um elemento fundamental no processo de ensino-aprendizagem de matemática e que sua aquisição requer a apreensão de significados que extrapolam a memorização de regras e axiomas, isto porque a construção do conceito matemático não é alcançado com atividades mecânicas.

**Palavras-Chave:** Linguagem. Linguagem matemática. Ensino-aprendizagem.

**Abstract:** In this article we present the results of a qualitative research developed at the Center for Higher Studies in Parintins (CESP), within the scope of the Scientific Initiation Support Program (PAIC), of the State University of Amazonas (UEA), with support from Amazonas State Research Support Foundation (FAPEAM). The aim of the research is to understand the role of mathematical language for the success or failure of the teaching-learning process of mathematics. The bibliographic research was developed in three phases. Initially, we defined the parameters adopted for the delimitation of the study material, which included books and scientific articles that discuss topics related to the object of study, in the next phase we carry out reflective readings of recognition of the bibliographic material and, later, the interpretative reading that allowed us to data analysis. The results indicate that language is a fundamental element in the teaching-learning process of mathematics and that its acquisition requires the apprehension of meanings that go beyond the memorization of rules and axioms, this is because the construction of the mathematical concept is not achieved with mechanical activities.

**Keywords:** Language. Mathematical language. Teaching-learning.

[1] Licenciando em Matemática pela Universidade do Estado do Amazonas (UEA), Bolsista da FAPEAM, E-mail: rdrf.mat17@uea.edu.br
[2] Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas. Docente da Universidade do Estado do Amazonas (UEA), E-mail: ldfmaiadc@gmail.com

## Introdução

Uma aula de matemática, em qualquer nível escolar, se desenvolve, prioritariamente, em uma linguagem própria: a linguagem matemática. A compreensão dessa linguagem é um dos pilares para o êxito escolar que merece atenção especial por parte do professor, pois seu entendimento depende da combinação da linguagem natural expressa na língua materna com terminologias científicas próprias da matemática.

Estudos sobre a linguagem, particularmente a linguagem matemática, são desenvolvidos em várias áreas como a didática da matemática, a linguística aplicada, a psicologia cognitiva e a neurociência. Essa última nos dá subsídios para conhecermos e entendermos os processos biológicos que influenciam o desenvolvimento e a compreensão da linguagem, em especial da linguagem matemática, entendida aqui como um processo cognitivo indispensável à aprendizagem matemática. Já a psicologia cognitiva e a didática da matemática permitem que conheçamos os fatores sociais que também influenciam na aquisição, compreensão e desenvolvimento desse processo cognitivo responsável pela comunicação.

Da inegável importância da linguagem no contexto do processo ensino-aprendizagem da matemática, decorreu nosso interesse de desenvolvermos uma pesquisa qualitativa, na Universidade do Estado do Amazonas (UEA), no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), no âmbito do Programa de Apoio à Iniciação Científica (PAIC), fomentada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM), com o objetivo geral de compreender o papel da linguagem matemática para o sucesso ou insucesso do processo ensino-aprendizagem da matemática.

Os resultados da pesquisa indicam que a linguagem matemática é fundante da aprendizagem matemática, por isso a importância de, ainda durante a formação inicial, o professor de matemática conhecer sobre as implicações do adequado uso dessa linguagem na prática docente, pois o desconhecimento dos pressupostos dessa forma de comunicação pode propiciar práticas que dificultam a compreensão dos estudantes.

## Aspectos metodológicos da pesquisa

Nossa busca de conhecimento sobre a linguagem matemática foi desenvolvida segundo os princípios de uma pesquisa qualitativa na perspectiva de Costa, Souza e Lucena (2015), pois nossas ações têm um forte caráter interpretativo, nós, pesquisadores, fomos o instrumento fundamental para a obtenção de informações e usamos múltiplas lentes para compreendermos o objeto de estudo. De modo particular, nossas lentes focaram na compreensão das implicações da linguagem matemática ao processo de ensino-aprendizagem da matemática e, buscaram alicerces, principalmente, na neurociência, nas teorias da aprendizagem e na didática da matemática.

Quanto ao procedimento adotado para a obtenção de dados, a pesquisa pode ser classificada como bibliográfica, pois a desenvolvemos, prioritariamente a partir de “material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2008, p. 50), que tratam de questões relativas à linguagem natural e particularmente, sobre a linguagem matemática. Quanto à intencionalidade, a pesquisa teve características exploratórias (GIL, 2008), pois propomos apresentar nossa compreensão, pautada numa visão geral, aproximativa, do fenômeno estudado.

A pesquisa foi desenvolvida em três fases. Inicialmente, definimos os parâmetros adotados para a delimitação do material de estudo: livros e/ou artigos científicos, teses e/ou dissertações etc., publicados em português e/ou espanhol que discutissem temas relacionados ao objeto de estudo.

A segunda fase restringiu-se a realização das leituras, desde a leitura de reconhecimento do material bibliográfico até a leitura reflexiva ou crítica (LIMA; MIOTO, 2007). A terceira fase, contemplou a análise dos dados por meio de uma leitura interpretativa. Essa foi a fase mais complexa, pois tivemos que estabelecer relações entre as ideias dos teóricos e nosso problema de pesquisa o que nos exigiu um exercício de “associação de ideias, transferência de situações, comparação de propósitos, liberdade de pensar e capacidade de criar” (LIMA; MIOTO, 2007, p. 41), tendo como critério norteador, nesse momento, nosso propósito enquanto pesquisadores.

Essa última etapa também pode ser entendida como uma triangulação de fontes teóricas, que de acordo com Borralho, Fialho e Cid (2015, p. 67), “é um procedimento coerente internamente que em muito contribui para a validade dos resultados obtidos, constituindo um critério de excelência para a qualidade da investigação produzida”. No nosso caso, permitiu a construção de uma interpretação final a partir de uma lente múltipla que foi, particularmente, composta por fundamentos oriundos de três vertentes: neurociência, teorias de aprendizagem e didática da matemática.

A realização dessas etapas nos proporcionou elementos para uma compreensão ampla do objeto de estudo de acordo com o objetivo proposto e com a base teórica que subsidiou a pesquisa.

## Linguagem e linguagem matemática

O ser humano é, por natureza, um ser social. Nascemos inseridos em pequenos grupos sociais que com o passar do tempo vão sendo ampliados e diversificados. Nossa existência nesses grupos é marcada pela comunicação que nos permite o estabelecimento de relações com os demais membros e se efetiva por meio das muitas linguagens. É a linguagem que “[...] suporta a interação e a atividade nos grupos, a comunicação e a construção de ideias, os significados, as representações feitas dos objetos, das situações, de si mesmos e do coletivo no qual participamos, os mal-entendidos e os erros” (MORA; GOMEZ, 2006, p. 11, tradução nossa).

Por meio da linguagem expressamos pensamentos e sentimentos, nos comunicamos nos fazendo entender ou não. E esse entendimento depende das regras estabelecidas e dos significados implícitos nos componentes simbólicos e gestos que devem ser conhecidos pelos envolvidos na comunicação. Para Chomsky (1998, p. 7):

> A linguagem humana se baseia numa propriedade elementar que também parece ser uma propriedade biologicamente isolada: a propriedade da infinidade discreta, manifestada na sua forma mais pura pelos números naturais 1, 2, 3. As crianças não aprendem essa propriedade do sistema numeral. A menos que a mente já possua os princípios básicos, nenhuma quantidade de evidência poderia fornecê-los; e eles estão completamente além dos limites intelectuais dos outros organismos.

No âmbito da neurociência a linguagem é um processo cognitivo superior, ou seja, é um meio evoluído pelo qual captamos informações do ambiente que após processamento pode se transformar em conhecimento. Para Sternberg (2010, p. 304), a linguagem, a natural, é especificamente "comunicativa, arbitrariamente simbólica, estruturada regularmente, estruturada em níveis múltiplos, gerativa e produtiva e, dinâmica".

Entendemos a linguagem como um processo cognitivo, pois independentemente do contexto, é um dos meios pelo quais captamos informações do ambiente que são confrontadas com nossas vivências, processadas e transformadas em aprendizagens. Importante destacar que o domínio de uma linguagem verbal, escrita e até gestual, não é apenas o resultado de um processo pedagógico, é antes de tudo, um processo neurobiológico.

Para Consenza e Guerra (2011, p. 99-100), "[...] a linguagem verbal é uma das características da espécie humana e sua evolução, tão remota, deixou marcas no nosso cérebro, onde podemos encontrar circuitos especializados no processamento da linguagem". Enquanto a linguagem verbal, veículo primeiro de comunicação, vem, ao longo do tempo, evoluindo junto com o desenvolvimento do próprio homem, a linguagem escrita, ao contrário, é bem mais recente nesse parâmetro temporal e, por conseguinte, ainda não dispomos de um "aparato neurobiológico preestabelecido" (CONSENZA; GUERRA, 2011, p. 101), o que implica na necessidade de um aparato pedagógico para sua aquisição e desenvolvimento e, nesse contexto, se insere a linguagem matemática.

De modo geral, de acordo com Pinker (2008), Costa e Lucena (2018), a linguagem desempenha importante função de internalizar e externalizar o pensamento, pois por meio dela acontece uma retroalimentação das funções comunicativa e cognitiva presentes nos processos de comunicação e aprendizagem.

> Na internalização, a linguagem, é mecanismo acionador da estrutura cognitiva, e na externalização pode possibilitar, ou não, o desenvolvimento de pensamentos, de sujeitos que formam determinada sociedade, pois mesmo que a construção de conceitos não seja determinada pelas palavras, certamente o pensamento é afetado pela linguagem (COSTA; LUCENA, 2018, p. 124).

Sternberg (2010, p. 303), enfatiza que "a linguagem é o uso de um meio organizado de combinação de palavras a fim de criar comunicação". Porém, esse autor, adverte que na comunicação pode ocorrer interferências, além de poder ocorrer por outros meios que permitam o afloramento e o entendimento de pensamentos e sensações, a exemplo, temos a linguagem gestual. Pois, é possível entendermos um olhar de aprovação, a indicação de uma direção com as mãos, a negação expressa com o balançar de um dedo.

No contexto da Educação Matemática, são crescentes os estudos sobre as implicações da linguagem, particularmente da linguagem matemática, à construção do conhecimento.

> Independente das possíveis conceituações da relação entre pensamento e linguagem, que é o âmago de muitas reflexões didáticas atuais, podemos ver uma marcada tendência de considerar a linguagem e o discurso como produtores do conhecimento e ideias. (RADFORD, 2011, p. 157).

No entanto, é importante atentarmos para o fato de que “a palavra que proferimos e o objeto ao qual se refere estão inevitavelmente ligados a uma prática social historicamente constituída” (RADFORD, 2011, p. 158). Então, apenas conhecer um conjunto de sinais não nos torna fluentes em uma língua (PENNA, 1999), pois isso exige muito mais do que a simples combinação de palavras, de igual modo, para nos tornarmos comunicativos e sermos capazes de compreender uma mensagem emitida em linguagem matemática não basta conhecermos o componente simbólico dessa linguagem. Isto porque, os símbolos que compõem a linguagem matemática também possuem uma história cultural por trás de si que lhes confere significado e precisa ser conhecida para que a mensagem dela oriunda possa ser mais bem compreendida (VILELA, 2013).

Pensarmos o papel da linguagem matemática no processo ensino-aprendizagem da matemática requer evidenciarmos a complexidade implícita, pois essa linguagem possui outras dentro de si que usam símbolos específicos para indicar relações e operações próprias como o são a linguagem algébrica e a geométrica.

A combinação de símbolos na linguagem matemática, pode ser comparada a combinação de letras na linguagem natural. Assim como a combinação de letras para formar palavras depende de um sistema de regras e da validação social da palavra formada, a combinação de símbolos, na linguagem matemática, também segue regras que necessitam ser validas por uma comunidade da área e conhecidas pelos usuários da linguagem para que seja possível a comunicação.

Então, “a linguagem matemática pode ser definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras. Esse conjunto de símbolos e regras deve ser entendido pela comunidade que o utiliza” (LORENSATTI, 2009, p. 90), o que requer a identificação e o estabelecimento de relações entre significados presentes na mensagem manifestada por meio dessa linguagem.

Nessa direção, escrever uma mensagem do tipo $x(^{2}53_{4})$ ou $(y$ + - $\alpha^{5}\infty)$ não possibilita a comunicação, pois a mensagem não está escrita corretamente de acordo com as regras próprias da linguagem matemática. Ao passo que escrever $sen^{2}(x)$ e $(sen(x))^{2}$, embora os símbolos estejam combinados de forma diferente, possuem o mesmo significado e comunicam a mesma mensagem que, para ser entendida, requer o conhecimento das regras da linguagem na qual está expressa.

Em matemática é importante conhecermos o significado das palavras, pois elas têm um sentido próprio que nem sempre tem relação com seu significado na língua materna ou natural (AZERÊDO; RÊGO, 2016).

Os resultados obtidos na pesquisa nos permitem delinear implicações do nosso entendimento de linguagem para a linguagem matemática. Esse entendimento tem como suporte as ideias dos autores que compõem o estudo, expressas de forma sintética, no quadro 1 a seguir.

| Autor/obra | Linguagem | Implicações à linguagem matemática |
| --- | --- | --- |
| Pinker (2002)<br>**O Instinto da Linguagem**: como a mente cria a | É uma peça da constituição biológica do ser humano, um instinto, que nos dá a ideia de que | Se a linguagem faz parte da constituição do ser humano, a linguagem matemática como uma especificidade desta, pode ser desenvolvida e aprendida por todos, |

| | | |
|---|---|---|
| linguagem. | as pessoas sabem falar da mesma maneira que as aranhas tecem teias. | levando em consideração as peculiaridades culturais. |
| Penna (1999) **Introdução à psicologia cognitiva**. | Constitui um sistema por meio do qual se estocam ou armazenam informações.<br><br>Sua aquisição não pode ser explicada por processos de condicionamento. | A linguagem matemática é um veículo indispensável para o armazenamento das informações matemáticas.<br><br>Não adquirimos a linguagem apenas ouvindo outra pessoa falar ou sendo treinada a repetir os fonemas que formam as palavras, pois é preciso que cada palavra tenha sentido para a pessoa. Da mesma forma funciona com a linguagem matemática, pois não se consegue fazer com que um aluno entenda quaisquer conteúdos matemáticos através da simples repetição, é necessário que a informação tenha sentido. |
| Mora; Gómez (2006) **Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática**: algunos aspectos sobre la relación entre matemática, lenguaje, pensamiento y realidad desde una perspectiva crítica. | A linguagem é parte das capacidades humanas diretamente ligadas ao pensamento e aos múltiplos contextos que compõem a realidade. | Independente do contexto o ser humano desenvolve a linguagem. O contexto escolar é um dos contextos onde o aluno adquire e desenvolve linguagem matemática, mas não é o único. Portanto, há que termos cuidado com a apresentação da linguagem formal, simbólica, utilizada na escola. É necessário um processo de transição da linguagem matemática cultural para a escolar. Pois, nem sempre essa transição ocorre de maneira efetiva, porque depende de diversos fatores como capacidades ou propensões cognitivas/afetivas, equívocos na transmissão de informações, entre outros. |
| Sternberg (2010) **Psicologia cognitiva**. | É o uso de um meio organizado de combinação de palavras a fim de criar comunicação | É necessário que o aluno conheça os símbolos e termos que compõem a linguagem matemática para que possa se comunicar, organizar e entender as informações matemáticas obtidas. A não compreensão pode implicar no fracasso do processo de ensino e gerar grandes dificuldades para a aprendizagem das matemáticas. |

**Quadro 1** – Compreensão da linguagem decorrente das leituras realizadas
**Fonte**: Elaboração dos autores

É fato que a linguagem matemática é elemento fundamental no processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois assim como devemos conhecer os fonemas e as palavras para podermos entender uma mensagem escrita ou falada, em língua natural ou materna, devemos conhecer também os símbolos e os termos inerentes à linguagem matemática para que possamos entender a mensagem e armazenar a informação na nossa estrutura cognitiva.

A linguagem matemática tem papel primordial na aprendizagem da matemática, pois é o meio pelo qual o objeto matemático é apresentado. Entendemos objeto matemático como sendo “[...] tudo que é indicado, assinalado, nomeado quando se constrói, se comunica ou se aprende Matemática [...]” (D’AMORE, 2006, p.179). Então, não havendo uma compreensão precisa da linguagem matemática, consequentemente, a aprendizagem será comprometida.

> Precisão e concisão reúnem-se no fato de a Matemática possuir um código semiológico próprio, capaz de carregar uma densidade de informação em um sistema bastante sintético e potente, no qual podem ser geradas definições e proposições desprovidas de sentido para o estudante. Como exemplo, podemos citar algumas sentenças matemáticas: 12 : 4 = 3, que traduzida em língua materna poderia ser lida como: “*tinha doze lápis, dividi igualmente com quatro colegas; cada um ficou com três lápis*” [...]. (AZERÊDO; RÊGO, 2016, p.159, grifo do autor).

De acordo com esses autores, a sentença anterior (12 : 4 = 3) e, a multiplicidade de sentenças matemáticas existentes, “poderiam envolver infinitas situações, objetos, grandezas, números, dentre outras possibilidades” (AZERÊDO; RÊGO, 2016, p.159), o que nos leva a destacar a importância de estudo da linguagem matemática na formação de professores de matemática, pois é necessário que o processo de ensino leve em conta que a aprendizagem da matemática é influenciada por múltiplos fatores, dentre eles a linguagem utilizada no ensino, aspectos culturais e regras gramaticas da língua materna, que podem ser facilitadores ou se tornarem obstáculos à compreensão da enunciação matemática.

**Linguagem matemática e possíveis obstáculos à aprendizagem**

Teóricos como Chomsky (2000), Pinker (2002), Sternberg (2010), entre outros, abordam de diferentes maneiras o processo da linguagem, sua definição, seus conceitos, seus modos de funcionamentos. Mas, convergem no entendimento de sua utilização: dependendo de como a utilizamos podemos dificultar o entendimento das informações transmitidas ou sermos mais efetivos. Com a linguagem matemática não é diferente. Dependendo da forma como a usamos podemos originar dificuldades de aprendizagem da matemática e consequentemente a criação de barreiras entre ela e as pessoas que não conseguem compreendê-la.

A aprendizagem, particularmente, a matemática, não se reduz à memorização de algoritmos, de axiomas e ao domínio de técnicas. É muito mais. Corresponde a capacidade de interpretarmos, entendermos, enfrentarmos e buscarmos soluções para situações novas a partir das ferramentas cognitivas que construímos com nossas experiências.

Nessa perspectiva, de acordo com Giusta (2013), é importante que as práticas pedagógicas tenham como alicerce duas verdades fundamentais: a primeira que “todo conhecimento provém da prática social e a ela retorna”; e a segunda, que “o conhecimento é um empreendimento coletivo, nenhum conhecimento é produzido na solidão do sujeito, mesmo porque essa solidão é impossível" (GIUSTA, 2013, p. 16). Tal entendimento é fundamental no âmbito da aprendizagem matemática que requer o domínio de uma linguagem própria, dificilmente aprendida de forma autodidata.

A linguagem matemática, é usada para representar e predizer problemas físicos e sociais como o volume de chuvas em determinada região, o crescimento do desemprego no país, a evolução de uma pandemia numa região do mundo o que indica, de acordo com Mora e Gomez (2006, p. 11, tradução nossa), que "não serve somente ao estudo de ideias e propriedades 'dentro' da própria matemática", mas também como um meio de compreensão e de comunicação no mundo no qual estamos inseridos incluindo-se o contexto escolar e a aula de matemática.

A compreensão dos elementos que compõem a linguagem matemática e a necessidade crescente de abstração é um pressuposto do ensino da matemática, uma vez que, "a capacidade de abstração é fundante do próprio processo de criação da linguagem, construído ao longo de milhares de anos" (AZERÊDO; RÊGO, 2016, p. 158). Isso é perceptível no caso do ensino de frações. Observe, por exemplo, que a palavra "metade está associada com a divisão de um objeto, enquanto a palavra meio é associada a uma localização espacial. Quando falamos sobre frações, a metade se representa como um meio" (ÁLVAREZ; HERNÁNDEZ, 2006, p. 164, tradução nossa).

A diferenciação explicitada anteriormente é visível quando dizemos: pegue a metade do pão e, o pão caiu no meio da rua. Mas, na aula de matemática, dificilmente discutimos essa diferença conceitual. Geralmente, o que percebemos é a exercitação da memorização de uma representação numérica $\frac{1}{2}$ que, nas situações-problema propostas, é usada para representar metade e meio sem a devida atenção para a diferenciação implícita.

Esse exemplo pode ser verificado na figura 1 onde são representadas as ideias de metade (divisão de um objeto em duas partes iguais) e meio (localização espacial).

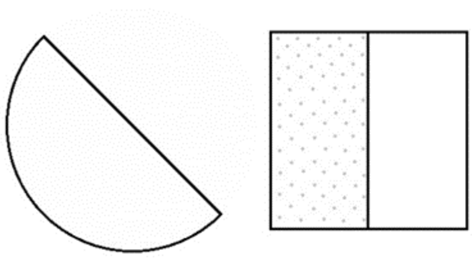

**Figura 1** - Metade e Meio, respectivamente
**Fonte**: Álvarez; Hernández (2006, p. 164)

Nos anos iniciais, o uso de termos como: mais, a mais, menos e a menos, também, são exemplos de constante interpretações equivocadas, dada a situação em que são apresentados. Isso não se deve somente a falta de domínio da linguagem matemática, mas também às aprendizagens limitadas, decorrentes de explicações aligeiradas onde o estudante é induzido a buscar elementos dentro da enunciação, oral ou escrita, sem estabelecer as devidas relações entre eles, ou seja, quando identifica a palavra mais entende que deve juntar as quantidades presentes no enunciado, o que nem sempre é o correto a ser feito. Não raro encontramos nos livros didáticos enunciados do tipo:

a) Em uma sala de aula há 13 meninos e 21 meninas. Qual o total de crianças dessa sala?

b) Em uma sala de aula há 13 meninos e 21 meninas. Quantas meninas tem a mais nessa sala?

c) Em uma sala de aula há 13 meninos e 21 meninas. Quantos meninos a mais são necessários para ter o mesmo número de meninas e meninos nessa sala?

d) Em uma sala de aula de 34 estudantes, 21 são meninas. Quantas meninas a mais há nessa sala?

Tais enunciados são exemplos de contextos com elementos numéricos iguais (exemplos a, b, c) mas que para serem resolvidos corretamente requerem ações cognitivas distintas, pois a mensagem da enunciação é diferente. De acordo com Moreira (2002), pautado na teoria dos campos conceituais, podemos dizer que no primeiro, está implícita a ideia de juntar, no segundo, há a necessidade de comparar e na terceira, há a necessidade de comparar e acrescentar). Já o quarto exemplo, letra d, envolve uma composição de transformações.

As dificuldades enfrentadas pelos estudantes na resolução de situações como as exemplificadas se deve, por que, de acordo com Vergnaud (2009), o aprendizado de um conceito está intrinsicamente ligado ao desenvolvimento cognitivo, o que no caso da matemática, inclui a linguagem adequada e o conhecimento dos significados dos símbolos (MOREIRA, 2002). Ademais, é importante que o professor saiba que a aprendizagem matemática acontece em campos variados e que determinados conceitos construídos em um campo não são suficientes em outros, podendo, às vezes, serem até contraditórios.

À medida que os estudantes avançam nos anos escolares, a complexidade da linguagem matemática avança com eles. Surgem símbolos novos, a exigência do refinamento do raciocínio lógico, a ampliação dos algoritmos e o encontro com os teoremas que requerem de uma linguagem dedutiva (ou indutiva) em suas demonstrações, muitas vezes, feitas por meio de negações.

Os teoremas merecem atenção especial porque são enunciados que necessitam ser provados para serem aceitos como verdadeiros. Tal prova é obtida partindo-se de alguns pressupostos (hipóteses) para se chegar à tese (conclusão). Nesse movimento temos que ter domínio amplo da linguagem matemática para listar as evidências da veracidade do enunciado e isso requer conhecimento simbólico e compreensão de equivalências lógicas.

A habilidade de compreensão de equivalências lógicas não se adquire por memorização, mas por ampliação da estrutura cognitiva do estudante que se torna capaz de interpretar que a frase “se $f$ é derivável, então $f$ é contínua” emite a mesma mensagem da frase “ou $f$ é contínua ou $f$ é não derivável”.

As regras que determinam o funcionamento das operações básicas, soma e produto, são axiomas, ou seja, são afirmações que por serem tão evidentes não necessitam serem demonstradas. Por exemplo, considere x e $y \in N$. Podemos definir que $x + y = y + x$ (propriedade comutativa) e $x(y + z) = xy + xz$ (propriedade distributiva). A mensagem nesses dois enunciados define que podemos resolver uma situação de duas formas distintas e ainda assim obtermos o mesmo resultado. Certamente o segundo enunciado é mais complexo que o primeiro, pois envolve duas operações e a possibilidade de distribuição, porém, para além do algoritmo, está a interpretação de as situações propostas poderem ser resolvidas de duas maneiras diferentes.

Exemplo: $2 + 3 = 3 + 2$ e $2(3 + 5) = 2.\ 3 + 2.\ 5$

$5 = 5$ $\quad$ $2.\ 8 = 6 + 10$

$16 = 16$

Os exemplos anteriores são enunciados com os quais os estudantes se deparam desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e, se não possuírem uma linguagem matemática em desenvolvimento adequado ao nível de ensino, certamente, sentirão dificuldades para solucionar as questões apresentadas, não porque não saibam adicionar, mas pela falta de compreensão da mensagem enunciada.

No caso de um estudante do 9º ano do Ensino Fundamental, ao trabalhar com equações quadráticas, é esperado que consiga interpretar o seguinte enunciado: sendo $\Delta = b^2 - 4ac$, então $\Delta < 0 \nexists R$. Aqui está uma mensagem que requer muito mais do que o conhecimento de símbolos e do domínio de operações, exige o estabelecimento de relações entre os fatos presentes no enunciado para entendermos a mensagem.

Os gráficos e tabelas fazem parte da linguagem matemática. Eles também são enunciados repletos de informações. É necessário aprendermos a ler a mensagem emitida por um gráfico ou impressa em uma tabela e isso pode ser feito desde os anos iniciais da escolarização para que nos anos finais o estudante já tenha desenvolvido essa habilidade e seja capaz de decifrar a mensagem enunciada em gráficos diversos.

No estudo das funções, percebemos que é dada certa prioridade aos aspectos algébricos em detrimento da análise e representação geométrica, gráfica, das informações. É comum os estudantes conseguirem sem muita dificuldade determinar as raízes de uma equação quadrática, mas a prática da extração e interpretação de dados contidos em gráficos nem sempre é comum.

Chamamos atenção para a mecanização de cálculos – memorização de algoritmo – fato muito perceptível no estudo das funções, pois em situações onde é dada, por exemplo, função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, os estudantes conseguem determinar $f(x)$ para $x \in R$ sem muita complicação. Porém, quando a mensagem é entregue na forma de gráfico, nem sempre o receptor é capaz de apreender a informação. Isso tem consequências não apenas no âmbito da aprendizagem matemática, mas também em outras áreas do conhecimento que dependem diretamente do conhecimento da linguagem matemática para a representação e compreensão dos fenômenos estudados como é o caso da física, da engenharia, da economia, entre outras.

Veja que, no caso de um estudante se deparar com uma mensagem do tipo: um projétil é atirado e descreve uma trajetória em forma de parábola representada pela equação $y = -3x^2 + 60x$, onde as variáveis *x* e *y* são medidas em metros e, dele sejam solicitadas soluções para alguns questionamentos do tipo: qual a altura máxima atingida pelo projétil? Qual o alcance do disparo? Ele terá que interpretar as informações codificadas em linguagem matemática e para isso, não basta que o estudante saiba fazer os cálculos. É primordial que ele conheça o significado da palavra parábola e das informações presentes nos coeficientes da equação, que determinarão toda a elaboração de estratégia para solucionar a situação-problema proposta. As informações necessárias para a solução dos questionamentos anteriores poderiam ser extraídas da mensagem abaixo, sem a necessidade de realização de cálculos, desde que o estudante tivesse conhecimento da linguagem na qual a informação está grafada.

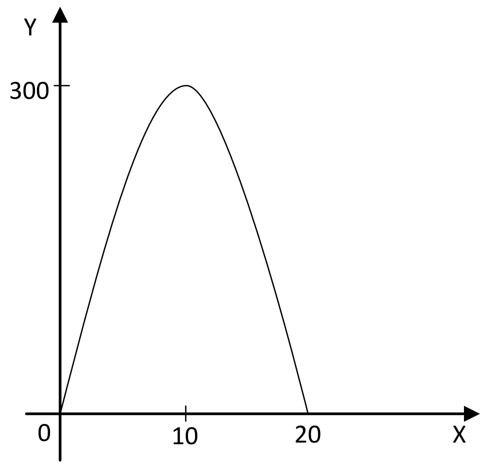


**Figura 2** – Gráfico com informações sobre o lançamento do projétil
**Fonte**: Elaboração dos autores

No caso de mensagens em linguagem gráfica ou geométrica, as dificuldades de compreensão surgem quando o processo de ensino prioriza a linguagem algébrica em detrimento das demais, o que pode contribuir para a construção de obstáculos à aprendizagem matemática de modo mais amplo. É necessário que o professor se responsabilize pelo enriquecimento e ampliação da linguagem matemática adquirida pelo estudante, pois esse enriquecimento "e a necessária interação para mostrar o que se conseguiu na atividade matemática permitirá ao docente conhecer melhor e em ambientes diversos qual a compreensão da matemática obtida pelo estudante" (ÁLVAREZ; HERNÁNDEZ, 2006, p. 179).

A interação para mostrar o que se consegue em determinada atividade matemática é um exercício comunicativo (oral ou escrito) por meio do qual o estudante pode expressar o domínio de aspectos variados da linguagem matemática. Por exemplo, pode mostrar que sabe ler uma tabela ao extrair dados nela quantificados, pode evidenciar sua compreensão da condição de existência de um triângulo, de um conjunto numérico, da lei de formação de uma função etc.

Se o estudante tiver domínio da linguagem matemática ele conseguirá perceber que a função apresentada na figura 3, a seguir, é definida por partes, onde: $f$ (x) = 0 se x < 1 e x > 3 e que as outras duas partes podem ser definidas a partir da equação das retas que passam pelos 2 segmentos identificados no gráfico, cujas extremidades estão localizadas nos pontos (1,0) e (2,2) e, (2,2) e (3,0), respectivamente.

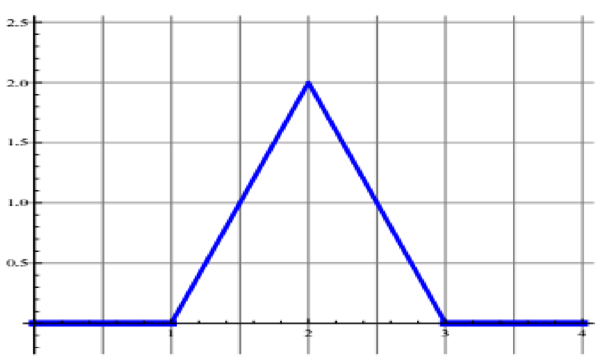


**Figura 3** – Gráfico com informações sobre a função f
**Fonte**: Arquivo dos autores

Nesse exemplo, temos uma situação onde as informações sobre a lei de formação da função f podem ser extraídas da mensagem gráfica. De modo que, ao abstrair as informações e processá-las adequadamente, conseguimos chegar a:

$$f = \begin{cases} 0 & se\ x < 1 \\ 2(x-1) & se\ 1 \leq x < 2 \\ -2(x-3) & se\ 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & se\ x > 3 \end{cases}$$

As situações anteriores evidenciam que conhecer os algoritmos não é suficiente para uma correta resolução de determinada situação-problema. Pois, o entendimento e a adequada interpretação requerem, além da tradução dos dados para a linguagem matemática, conhecimentos semânticos e esquemáticos que exigem, respectivamente, a contextualização dos fatos em uma realidade compreensível pelo estudante e a classificação do problema de acordo com as experiências prévias, para daí, elaborar estratégias para sua resolução (LORENSATTI, 2009).

É importante atentarmos para o fato de que no ensino de matemática é possível ocorrer um distanciamento entre a língua materna e a linguagem matemática o que exige do professor vigilância para propiciar aos estudantes o estabelecimento de relações necessárias à correta codificação e interpretação da mensagem.

> A Matemática possui uma linguagem específica, cujos termos nem sempre guardam relação direta com seu significado da língua materna. Por exemplo: a palavra dividir, em Matemática, carrega conceitualmente o significado de uma operação que pressupõe o desmembramento de unidades em partes necessariamente iguais. O ato de dividir, no dia a dia, pode se dar sem que as partes sejam iguais, ou seja, podemos dividir uma quantidade, na perspectiva cotidiana, em partes diferentes. (AZERÊDO; RÊGO, 2016, p. 159).

Isso demonstra que a aprendizagem matemática não se restringe a memorização de regras ou de tabuadas. É antes de tudo, um processo complexo que exige, constantemente, o estabelecimento de relações entre fatos, fenômenos e linguagens para que aconteça a construção conceitual tão requerida no ensino de matemática.

No entanto, percebemos que, geralmente, os estudantes são levados a construir conceitos matemáticos alicerçados apenas em sua língua materna, que é a "principal forma de linguagem humana, mas não é única, uma vez que somos seres simbólicos e fazemos uso de linguagens complexas e plurais [...]" (AZERÊDO; RÊGO, 2016). Esse entendimento deve ser constante no processo de ensino da matemática e atenção especial devemos dar à linguagem (oral e escrita) usada pelo estudante, pois é a partir dela que podemos identificar indícios da origem de seus erros e dificuldades.

Em se tratando da construção de conceitos matemáticos, a língua materna nem sempre é suficiente podendo até originar conflitos de entendimento. Fato que exige um cuidado especial com a emissão da mensagem que está sendo efetivada, pois é necessário que o receptor tenha conhecimento da simbologia implícita para que estruture uma correta compreensão. Quando isso não acontece, abre-se um leque de possibilidades para o surgimento de obstáculos à aprendizagem matemática a qual tem por base uma linguagem específica cuja aquisição mobiliza processos cognitivos diferentes daqueles usados no desenvolvimento da língua materna.

## Considerações Finais

Quando nos centramos nas discussões sobre o ensino de matemática, particularmente, sobre os problemas e dificuldades presentes, as questões referentes a linguagem matemática, aparentemente, não têm o mesmo destaque que aquelas sobre as metodologias e a formação de professores. No entanto, todos os aspectos desse ensino dependem dessa linguagem.

Na busca de compreendermos o papel da linguagem matemática para o sucesso ou insucesso do processo ensino-aprendizagem desta, lançamo-nos em um universo amplo, impossível de ser apresentado em sua totalidade em um único artigo, por isso enfatizamos aspectos que consideramos pertinentes às questões do ensino da matemática que deveriam ser levados em conta nas licenciaturas, cursos responsáveis pela formação dos profissionais encarregados do ensino da matemática. Pois, para sermos bons professores não nos basta dominarmos a teoria e as técnicas, temos também que conhecer o meio pelo qual os objetos matemáticos são apresentados, representados e apreendidos: a linguagem matemática.

É proveitoso lembrarmos que a linguagem matemática, assim como a língua materna, necessita de vivência e experiência para ser aprendida. Não adquirimos linguagem matemática apenas ouvindo alguém falar. É necessário que aquilo que ouvimos ou lemos nos chegue com sentido. Destacamos, também, que a aquisição da linguagem matemática não é imediatista, é uma construção que requer o constante exercício para alcançarmos formas mais organizadas, sistemáticas e formais de pensamento.

Ratificamos nosso entendimento da necessidade de uma formação docente com qualidade e com conteúdos que transcendam a teoria e a técnica matemática, como o é a linguagem matemática. Pois esta tem papel imprescindível na compreensão e na construção dos conceitos estruturantes dessa área de conhecimento.

A linguagem matemática pelo papel que exerce de veículo/meio da comunicação matemática, se torna o alicerce principal do processo de ensino e aprendizagem da matemática em todos os níveis de escolaridade. Isto significa que não basta apresentarmos uma equação ou a lei de formação de uma função para posteriormente, o estudante proceder a substituição mecânica das variáveis por valores numéricos. É necessário que a enunciação matemática apresentada possa ser lida e compreendida para poder ser interpretada em contextos diversos daquele no qual foi exposta originalmente, o que requer conhecimento dos símbolos, dos termos, da variância, da estrutura, das regras, das relações, que compõem a linguagem matemática.

## Referências

AZERÊDO, M. A. de.; RÊGO, R. G. do. Linguagem e matemática: a importância dos diferentes registros semióticos. **Revista Temas em Educação**, João Pessoa, v. 25, Número Especial, p. 157-172, 2016.

ÁLVAREZ, A. M.; HERNÁNDEZ, M. M. El lenguaje natural en el aula de matemáticas. *In*: MORA, D.; GÓMEZ, W. S. (Ed.). **Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática**: algunos aspectos sobre la relación entre matemática, lenguaje, pensamiento y realidad desde una perspectiva crítica. La Paz: Gidem, 2006. p. 159-185.

BORRALHO, A., FIALHO, I.; CID, M. A. A triangulação sustentada de dados como condição fundamental para a investigação qualitativa. **Revista Lusófona de Educação**, v. 29, p. 53-69, 2015.

CHOMSKY, N. **New Horizons in the study of language and mind**. Cambridge: University Press, 2000.

CHOMSKY, N. **Linguagem e mente**: pensamentos atuais sobre antigos problemas. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1998.

CONSENZA, R. M.; GUERRA, L. G. **Neurociência e Educação**: Como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

COSTA, L. de F. M. da.; LUCENA, I. C. R. de. Etnomatemática: cultura e cognição matemática. **REMATEC**, ano 13, nº 29, - set./dez., p. 120-134, 2018.

COSTA, L. de F. M. da, SOUZA, E. G. de.; LUCENA, I. C. R. de Complexidade e pesquisa qualitativa: questões de método. **Perspectivas da Educação Matemática – PEM**, v. 8, n. 18, 18 dez. 2015, p. 727-748, 2015. Disponível em https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/903.

D'AMORE, B. Objetos, Significados, Representaciones Semióticas y Sentido. **Relime**, número especial, Cinvestav, México-DF, p. 177-196, 2006.

Gil, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

GIUSTA, A. da S. Concepções de aprendizagem e práticas pedagógicas. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 29, n. 01, p. 17-36, mar., 2013

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura**, v. 14, n. 2, maio/ago., p. 89-99, 2009.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katál**, Florianópolis, v. 10, nº especial, p. 37- 45, 2007.

MORA, D.; GÓMEZ, W. S. (Ed.). **Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática**: algunos aspectos sobre la relación entre matemática, lenguaje, pensamiento y realidad desde una perspectiva crítica. La Paz: Gidem, 2006.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n° 1, p. 7-29, 2002. Disponível em https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/141212/000375268.pdf?sequence=1. Acesso em 19 de junho de 2020.

PENNA, A. G. **Introdução à psicologia cognitiva**. São Paulo: EPU, 1999.

PINKER, S. **Do que é feito o pensamento**: a língua como janela para a natureza humana. São Paulo: Companhia das Letras, 2008.

PINKER, S. **O Instinto da Linguagem**: como a mente cria a linguagem. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2002.

RADFORD, L. **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VILELA, D. S. **Usos e jogos de linguagem na matemática**: diálogo entre Filosofia e Educação Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2013.