

**PRA QUE EU ESTUDO ISSO? PERCEPÇÃO DOS LICENCIANDOS EM  
MATEMÁTICA DO CESP SOBRE MÁXIMOS E MÍNIMOS**

<b>Autora</b>	Karolaine Lacerda Maia
<b>Orientadora/ Coorientador</b>	Professora Dra. Lucélida de Fatima Maia da Costa Professor Msc. Júlio Cezar Marinho da Fonseca
<b>Banca Examinadora</b>	Professor Esp. Pedro Silvio Coimbra Rodrigues Professor. Msc. Gideão Teixeira Queiroz
<b>Resumo</b>	<p>A presente pesquisa é de natureza qualitativa do tipo descritiva, e apresenta como objetivo geral compreender a percepção dos licenciandos em matemática do CESP/UEA sobre máximos e mínimos, e suas relações com a matemática ensinada na Educação Básica. Visando alcançar tal objetivo, utilizamos os respectivos procedimentos metodológicos: análise de PPC, análise de livros de Cálculo disponíveis na biblioteca do CESP e aplicação de um questionário misto. Quanto aos resultados, percebemos que o contexto apresentado pelos licenciandos ocorre de forma disciplinar, descontextualizada e fragmentada. Nos livros identificamos que a forma como o conteúdo de máximos e mínimos é apresentado reflete diretamente nas práticas de ensino: definição, exemplificação e resolução de exercícios como apontados pelos sujeitos da pesquisa, e realizamos uma breve amostra de relações entre o estudo de máximos e mínimos da licenciatura com os conteúdos abordados na Educação Básica a partir do que encontramos nos livros.</p> <p><b>Palavras-chave:</b> Percepção Matemática. Ensino de Cálculo. Máximos e Mínimos.</p>
<b>Abstract</b>	<p>This research is qualitative and descriptive in nature, and its general objective is to understand the perception of the undergraduates in mathematics at CESP / UEA about maximums and minimums, and their relationship with mathematics taught in basic education. In order to achieve this goal, we used the respective methodological procedures: PPC analysis, analysis of Calculation books available at CESP library and application of a mixed questionnaire. As for the results, we realize that the context presented by the undergraduates occurs in a disciplinary, decontextualized and fragmented way. In the books we identified that the way the maximum and minimum content is presented reflects directly in the teaching practices: definition, exemplification and resolution of exercises as pointed out by the research subjects, and we make a brief sample of relationships between the study of maximum and minimum. of the degree with the contents covered in the Basic Education from what we find in the books.</p> <p><b>Keywords:</b> Mathematical Perception. Calculus Teaching. Highs and Lows.</p>

# PRA QUE EU ESTUDO ISSO? PERCEPÇÃO DOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DO CESP SOBRE MÁXIMOS E MÍNIMOS

## 1 INTRODUÇÃO

Discussões sobre a educação de modo geral e o ensino de matemática em particular ganharam força, no Brasil, nos últimos anos, muito por conta dos resultados alcançados pelos estudantes brasileiros em avaliações como o ENEM e o PISA. Conseqüentemente, o professor é cobrado a conhecer e dominar muito mais que os conteúdos, incluindo-se nessa cobrança, recursos pedagógicos mais atrativos e significativos em suas aulas, para que os alunos produzam conhecimentos ao invés de apenas reproduzi-los.

Tais cobranças, muitas vezes, ignoram as limitações que dificultam o desenvolvimento profissional do professor como o pouco tempo disponível para planejamento, falta de cursos de atualização, salas de aulas superlotadas com condições desmotivadoras, fatores que variam desde o desinteresse natural do aluno pela disciplina ao sucateamento das verbas direcionadas à educação, o que contribui para o aumento dos índices de reprovação e desistências na Educação Básica e no Ensino Superior.

Nesse cenário, voltamos nosso olhar para a formação de professores de matemática, pois seu trabalho, o ensino de matemática, é visto como um dos “vilões” da educação brasileira muito por conta da forma descontextualizada e fragmentada que ainda impera nas escolas. Por isso, é importante questionarmos sobre como está acontecendo à formação do professor de matemática e refletirmos sobre a percepção, dos futuros professores, das possíveis relações entre o que estudam na universidade e o que ensinarão na escola para entendermos os reflexos dessa formação em sua prática pedagógica.

A pesquisa que desenvolvemos tem como objetivo geral compreender a percepção dos licenciandos em matemática do CESP/UEA sobre máximos e mínimos, e suas relações com a matemática ensinada na Educação Básica. E apresenta três objetivos específicos que se propõem verificar em que contexto o licenciando estuda o conteúdo de máximos e mínimos; investigar como o conteúdo de máximos e mínimos é apresentado nos livros de Cálculo adotados no CESP e ilustrar quais relações são possíveis de se estabelecer entre o que se estuda de máximos e mínimos na licenciatura e na Educação Básica.

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa do tipo descritiva. Para a construção dos dados analisamos o Projeto Pedagógico de Curso-PPC, livros de Cálculo usados na

disciplina de Cálculo I e II disponíveis na biblioteca do CESP e, aplicamos um questionário misto composto por oito questões aos participantes da pesquisa. Os resultados são apresentados em três seções: O estudo de máximos e mínimos na licenciatura; um olhar para o conteúdo de máximos e mínimos a partir dos livros e máximos e mínimos: possíveis relações.

## **2 O ESTUDO DE MÁXIMOS E MÍNIMOS NA LICENCIATURA**

Enquanto estudantes, nem sempre nos damos conta que tudo que estudamos na licenciatura se constituem em ferramentas para que possamos realizar um sólido ensino de matemática, na Educação Básica, nosso futuro campo de trabalho. O conteúdo de máximos e mínimos é um dos assuntos que, geralmente, só vemos utilização dentro das próprias disciplinas nas quais são apresentados. Certamente, em um trabalho de graduação, não damos conta de esgotar as questões sobre a percepção dos licenciandos sobre essas possíveis relações, por isso, delimitamos nosso estudo em torno do conteúdo de máximos e mínimos.

Para conhecermos o contexto em que se desenvolve o ensino de máximos e mínimos, na licenciatura do CESP, analisamos as respostas dadas no questionário pelos 16 sujeitos da pesquisa, estudantes do 8º período de licenciatura em matemática do CESP/ UEA, analisamos as ementas da disciplina de Cálculo I e II, livros de Cálculo disponíveis na biblioteca do CESP usados nas disciplinas de Cálculo e apontamentos da disciplina de Análise Matemática. Também levamos em consideração a experiência da pesquisadora participante da turma investigada.

Inicialmente realizamos as análises no PPC, documento da instituição que foi reformulado no ano de 2013. Neste observamos o cumprimento da lei 9394/96 de 20 de dezembro de 1996 Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira – LDB que garante o direito a educação e autonomia para a universidade adequar suas ações à formação de um licenciando capaz de compreender, agir e modificar sua realidade.

Tal autonomia proporciona aos licenciandos momentos de reflexões sobre as práticas utilizadas em sala de aula. Para posteriormente, propiciar a capacidade de olhar para si mesmo, sobre construções sociais e interações. A reflexão é um momento importante para que possamos compreender e usar o conhecimento produzido como estratégia para adquirirmos autoconhecimento.

Para Sacristán e Gómez (1998), o ensino é uma atividade prática que envolve além de trocas educativas, um direcionamento que possa auxiliar na construção do saber. Com isso, o

estudante universitário tornar-se o meio para efetivar o seu propósito máximo, que é proporcionar melhores condições de vida a si mesmo e aos cidadãos. (NÉRICI, 1973).

A característica descrita do estudante universitário é semelhante à apresentada no PCC, de que ao final de cada disciplina o licenciando possua conhecimentos para prosseguir em seus estudos e construa sua identidade profissional, visando atuar de forma significativa na comunidade brasileira, e em particular na Educação Básica (UEA, 2013).

Ao analisarmos como o conteúdo de máximos e mínimos é indicado nas ementas, observamos que tal conteúdo aparece em três disciplinas: Cálculo I, II e Análise Matemática, todas com carga horária de 90 horas e trabalhadas respectivamente no segundo, terceiro e sexto período da licenciatura. Paralelamente aplicamos um questionário misto, visando compreender as percepções dos licenciandos sobre sua aprendizagem desse conteúdo.

No questionário, perguntamos aos licenciandos em quais disciplinas estudaram o conteúdo de máximos e mínimos, das opções dadas 15 estudantes responderam Cálculo, 1 estudante respondeu Álgebra, 1 respondeu Geometria e nenhum estudante fez referência à disciplina de Análise. Talvez as respostas estejam relacionadas a forma como as disciplinas marcaram suas vidas. O Cálculo, sem dúvidas, foi a disciplina com a qual mantivemos maior contato.

No Cálculo I foi introduzido o conteúdo de máximos e mínimos, com ênfase nas aplicações de derivadas. Em Cálculo II, estudamos com maior aprofundamento esse conteúdo, em derivadas parciais e nas análises gráficas de curvas. Já a disciplina de Análise Matemática, por motivos de formação dos professores, teve que ser ministrada de forma modular. As aulas foram concentradas e os conteúdos que se apresentam nas aplicações de derivadas, foram apresentados sem, talvez, um tempo para maturação. No entanto, tais aplicações foram bastante trabalhadas nas disciplinas de cálculo I e II o que não prejudicou sua compreensão.

No questionário também indagamos sobre como essas disciplinas foram trabalhadas durante a licenciatura, no qual os sujeitos poderiam optar por mais de uma alternativa. As respostas de nove sujeitos sugerem os seguintes tópicos: definição, exemplificação e resolução de exercícios, o que retrata um ensino mais tradicional. Três sujeitos disseram que as disciplinas se desenvolveram por meio de resoluções de problemas. Três afirmaram que as disciplinas seguiram o roteiro de definição, exercícios e discussão das aplicações e, apenas um sujeito não respondeu.

A opção escolhida pelos sujeitos mostra que a metodologia utilizada nas disciplinas ocorreu de forma disciplinar e fragmentada, o que gera, conseqüentemente, uma

aprendizagem mecânica. Para Moreira e Masini (2006) aprendizagem mecânica é caracterizada como o acesso a informações sem reflexão, com pouca, ou talvez, nenhuma interação com os saberes anteriores do sujeito, na qual a nova informação é armazenada por decoração e memorização.

Tais afirmações caracterizam, a realidade da maioria dos cursos de exatas, com aulas que seguem um padrão de memorização de fórmulas e teoremas, pensando apenas nos conhecimentos específicos. Mas, estamos discutindo sobre um curso de licenciatura em matemática, que precisa apresentar um equilíbrio entre conhecimentos específicos e práticas pedagógicas, como métodos complementares à formação deste futuro professor. Para tanto, concordamos com Luckesi (2000, p. 39), quando afirma que

não queremos uma universidade-escola, em que se faça tão somente ensino, onde não existe efetivamente campo, abertura e infraestrutura que permitam e incentivem a reflexão[...] o ensino repetitivo é geralmente, verbalístico, livresco e desvinculado da realidade concreta em que estamos.

É necessário sim que o professor de matemática tenha conhecimento sólido de matemática, mas isso, por si só, não garante uma boa formação docente a qual requer momentos de reflexão sobre o próprio processo de formação e o futuro campo de atuação profissional do professor, a escola.

A partir das análises do contexto, apresentado pelos próprios licenciandos, podemos dizer que há necessidade de adequações do processo de formação às exigências contemporâneas do contexto onde a escola está inserida. Pois, de acordo com as respostas, o ensino na universidade, particularmente, na licenciatura em matemática, acontece em um cenário que repete o modo como a matemática era ensinada há décadas, com poucas contextualizações e aplicações usadas e/ou mostradas, ficando a critério dos licenciandos imaginar a utilidade e a aplicabilidade do que está aprendendo. Isso alimenta um ciclo vicioso do ensino de matemática com consequências na Educação Básica.

### **3 UM OLHAR PARA O CONTEÚDO DE MÁXIMOS E MÍNIMOS A PARTIR DOS LIVROS**

O livro didático é um recurso utilizado por professores de todas as áreas de conhecimento, inclusive os de matemática, há décadas. No entanto, é necessário que não seja o único recurso pedagógico apresentado aos estudantes, pois devemos considerar o contexto no qual se atua, como os fatores históricos, culturais e sociais que podem ser explorados tanto na Educação Básica como no Ensino Superior.

O livro didático possibilita orientação no processo de ensino e a aprendizagem, além de contribuir de forma significativa, para ampliar a formação do professor. Para Simões (2006), podemos perceber o livro como um objeto de conhecimento que auxilia na organização e sistematização dos conteúdos apresentados.

Ao consideramos a relevância do livro didático, nos atrevemos a questionar se o modo como estudamos os conteúdos, apontado pelos licenciandos por: definição, exemplificação e resolução de exercícios está relacionado a como o conteúdo de máximos e mínimos é apresentado nos livros de Cálculo disponíveis no CESP e utilizado no decorrer da graduação.

Para responder tal questionamento realizamos a análise de dois livros de Cálculo do Ensino Superior e dois livros didáticos de matemática, destinados ao 9º ano do ensino Fundamental e 1º ano do ensino Médio da rede pública de ensino. Para análise foi utilizado o roteiro: identificação, abordagem, metodologia, linguagem, sequência didática, atividades e ilustração.

A seguir apresentamos um quadro com dados informativos dos livros analisados, classificados pelas letras A, B, C e D. Para a escolha dos livros de Cálculo utilizamos dois critérios: estar disponível na biblioteca do CESP/UEA e ser utilizado durante a graduação em matemática. E para os Educação Básica constar na rede pública de ensino da cidade de Parintins.

Quadro 1- Identificação dos livros analisados

<b>AUTORES</b>	<b>NOME DO LIVRO</b>	<b>IDENTIFICAÇÃO/ EDIÇÃO</b>	<b>DESTINA-SE</b>
Gelson Iezzi; Oswaldo Dolce; David Degenszajn; Roberto Périgo; Nilze de Almeida.	Matemática: Ciências e Aplicações	“A” 9º edição	1º ano do Ensino Médio
Diva M. Flemming Mirian B. Gonçalves	Cálculo A	“B” 6º edição	Ensino Superior Cálculo I
James Stewart	Cálculo	“C” 6º edição	Ensino Superior Cálculo II
Álvaro Andrini e Maria J. Vasconcellos	Praticando Matemática	“D” 3º edição	9º ano do Ensino Fundamental

Fonte: Produção da pesquisadora

O livro A é organizado em unidades que contemplam: Noções de conjuntos, Conjuntos numéricos, Funções, Função linear, Função quadrática, Função definida por várias sentenças, Função Exponencial, Função Logarítmica, Progressões, Semelhança e Triângulos Retângulos, Trigonometria no triângulo retângulo, Áreas planas e Estatísticas básicas.

Nesse livro o conteúdo de máximos e mínimos é abordado na unidade de funções quadráticas, sendo desenvolvido inicialmente pela contextualização em partidas de futebol aplicados no placar dos jogos, tais demonstrações consideram noções fundamentais de física e fazem referência a resolução de problemas, porém os exercícios são de fixação de conteúdo, e não apresentam situações de aplicação ou contextualização. O conteúdo aparece basicamente na análise de gráficos.

No livro D identificamos que são construídos os conceitos e definições dos conteúdos, no caso, é realizada a introdução por meio de textos explicativos e o contexto da história da Matemática, e assim como no livro A o conteúdo de máximos e mínimos é apresentado apenas nas funções de 2º grau. Também observamos que os livros seguem um padrão, a linguagem é de fácil compreensão e detalhada, são utilizadas situações problemas, porém os exercícios são de aplicação direta de fórmulas.

Quanto à sequência didática estão organizadas em: Potenciação e radiciação, Equação do 2º grau, Sistema cartesiano, Funções do primeiro e segundo grau, Noções de probabilidade, teorema de Tales e semelhança de triângulos, relações métricas nos triângulos retângulos, círculos e cilindros, porcentagem e juros.

Já nos livros B e C destinadas ao Ensino Superior, respectivamente Cálculo I e II os autores buscam realizar uma breve introdução antes de cada conteúdo, visando que o leitor compreenda a relevância do estudo em cada seção. O conteúdo de máximos e mínimos é trabalhado em Funções quadráticas, aplicações de derivadas, derivadas parciais; problemas de maximização e minimização; valores máximos e mínimos, derivada de funções de uma variável real; máximos e mínimos de uma função; critério da primeira e segunda derivada.

Ambos seguem a sequência: definição, exemplos, contraexemplos, gráficos e exercícios, na qual alguns gráficos precisam de recursos computacionais para serem desenvolvidos. Possuem linguagem formal, fragmentada e descontextualizada, utilizando um vocabulário de difícil compreensão. Sendo necessário um acompanhamento de instrutor/professor que direcione quanto aos assuntos.

A abordagem é desenvolvida de forma abstrata priorizando a fixação de conteúdo com aplicação em exercícios, teoremas e definições. Não há discursões quanto as aplicações, mas

os conteúdos estão adequados para o estudo mais aprofundado. Na obra B tem-se a sequência: Números reais; Funções; Limites e Continuidade; Derivada; Aplicações de derivadas; Introdução a Integração; Métodos de Integração e Aplicação de integral Definida.

Na obra C apresentam a sequência: Equações Diferenciais, Equações paramétricas e coordenadas polares, sequências e séries infinitas, vetores e a geometria do espaço, Funções vetoriais, derivadas parciais, integrais múltiplas, cálculo vetorial e equação diferenciais de segunda ordem.

Então, a análise dos livros nos leva a perceber que o conteúdo de máximos e mínimos na licenciatura é estudado seguindo o mesmo contexto apontado pelos licenciandos, e que a forma utilizada reflete diretamente na maneira como ensinarão. Quanto aos livros da Educação Básica, podemos dizer que estão em um processo de transição, pois apresentam uma tendência tradicional com a fixação de conteúdo, mas incluindo-se aos poucos, a contextualização.

#### **4 MÁXIMOS E MÍNIMOS: POSSÍVEIS RELAÇÕES**

O conteúdo de máximos e mínimos, historicamente, foi objeto de estudo de matemáticos preocupados com ramos diferentes da matemática: geometria e álgebra. No século XVII,

Descartes estabeleceu as ferramentas para o cálculo da tangente em um ponto sobre uma curva, procurando a linha reta que passa por esse ponto e que só tinha em comum com a curva um ponto duplo. Do mesmo modo, o método dos círculos tangentes lhe permitiu encontrar, por via da álgebra, a normal para a curva, ou seja, a perpendicular à tangente. Para tal, Descartes definiu as curvas geométricas com a ajuda de movimentos bem regulados entre eles e fornece um método universal com a introdução de um elemento de unidade de geometria algébrica. Enquanto isso, Fermat com a ajuda da geometria analítica de Descartes, focou no estudo dos máximos, mínimos e áreas sobre as curvas. (GONDIM; SAPUNARU, 2016, p. 37-38).

O desenvolvimento dos estudos que englobam máximos e mínimos, ganham destaque com Fermat:

Falo especificamente sobre a construção da tangente, as primeiras ideias de Fermat. Primeiras ideias que surgem no texto *Contacts Spheriques*, Contatos Esféricos, que fazia parte dos *Fragments Géométriques*, e, posteriormente, na coletânea *Sur la même méthode: La théorie des tangentes*, etc.”, que fazia parte da coletânea de textos intitulada *Maxima et Minima*, Máximo e Mínimo, no qual é tratado detalhadamente desse problema. (GONDIM; SAPUNARU, 2016, p. 57).

Ainda segundo esses autores, nesses estudos, Fermat recupera o conhecimento dos antigos e as descobertas de Viète sobre a equação  $bx - x^2 = c$  e aprimora sua teoria de máximos e mínimos dando origem ao método de maximizar um polinômio.

Atualmente, na licenciatura, aprendemos “como as derivadas afetam o formato do gráfico de uma função e, em particular, como nos ajudam a localizar valores máximos e mínimos de funções” (STEWART, 2002, p. 277). Também que com o uso do método de Fermat podemos resolver problemas de otimização que envolvem situações-problemas de diversas áreas do conhecimento como medicina, engenharia, geometria, economia.

Voltando nosso olhar para a percepção dos licenciandos sobre as possíveis relações que podem ser estabelecidas a partir do conhecimento do conteúdo de máximos e mínimos adquiridos na universidade e o ensinado na Educação Básica, fizemos uso do questionário, onde propusemos que resolvessem duas questões abertas e duas funções que poderiam ser solucionadas pelo método que achassem melhor.

Perguntamos aos sujeitos o que é um vértice de uma parábola, dos 16 sujeitos participantes, sete responderam máximos e mínimos, seis não responderam e três afirmaram não saber. Apresentamos duas funções polinomiais, respectivamente do terceiro e segundo grau, onde pedimos que determinassem os valores de máximos e mínimos, e, identificassem o vértice da parábola. Apenas dois sujeitos conseguiram solucionar, o restante deixou em branco ou afirmou não lembrar.

Esse resultado merece atenção, pois o conceito de máximos e mínimos deve ter sua construção na Educação Básica. Então, deve ser uma competência do futuro professor de matemática. Talvez, tais resultados possam ser reflexos da forma como o conteúdo foi trabalhado que, provavelmente, não conseguiu ser significativo ou não explorou aplicações. Mas, essa é, também, uma questão subjetiva e difere de sujeito a sujeito.

Ainda em relação as duas funções propostas, questionamos: você percebe relação entre as questões? Oito participantes (50%) não responderam, dois disseram apenas sim sem especificar o que, dois responderam não e quatro responderam que são máximos e mínimos da parábola. No entanto, destes que respondem máximos e mínimos nenhum conseguiu solucionar as questões.

A partir das lacunas evidenciadas pelos licenciandos pensamos possíveis relações do conteúdo estudado na licenciatura com o que é trabalhado na Educação Básica, afinal é para esse ambiente que nos encaminha nossa formação.

A seguir apresentamos um quadro demonstrativo sobre onde aparecem máximos e mínimos estudado na licenciatura e na Educação Básica, a partir do qual podemos pensar em situações que abrem possibilidades para o licenciando refletir sobre possíveis relações entre o conteúdo aprendido na licenciatura e o ensinado na escola.

Quadro 2: Onde estudamos máximos e mínimos

CÁLCULO I	CÁLCULO II	ANÁLISE MATEMÁTICA	EDUCAÇÃO BÁSICA
1 Derivada de funções de uma variável real; 2 máximos e mínimos de uma função; 3 Critério da primeira e segunda derivada	1 Derivadas parciais; 2 Problemas de maximização e minimização; 3 Valores máximos e mínimos;	1 Aplicações de derivadas	1 Problemas com Equação do 2º grau; 2 Função do 2º grau (9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio) 3 Polinômios 4 Geometria – problemas envolvendo área e volume) (2º e 3º ano do Ensino Médio)

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Utilizamos algumas questões propostas nos livros analisados que representam as relações entre o conteúdo de máximos e mínimos na licenciatura com os estudos na Educação Básica.

### CRITÉRIO DA SEGUNDA DERIVADA

Sejam  $f$  uma função real derivável num intervalo  $(a, b)$  e  $c$  um ponto crítico de  $f$  neste intervalo, isto é,  $f'(c) = 0$  com  $a < c < b$ . Se admite a derivada  $f''$  em  $(a, b)$ , temos:

- i) Se  $f''(c) < 0$ ,  $f$  tem um valor máximos relativo em  $c$
- ii) Se  $f''(c) > 0$ , tem se um valor mínimo relativo em  $c$

### EXEMPLO:

Dada uma função real  $f(x) = 18x + 3x^2 - 4x^3$  encontre os máximos e mínimos relativos de  $f$  aplicando o critério da segunda derivada.

### Resolução

$$f'(x) = 18 + 6x - 12x^2 \quad \text{e} \quad f''(x) = 6 - 24x$$

Fazendo  $f'(x) = 0$ , temos  $18 + 6x - 12x^2 = 0$ .

$$18 + 6x - 12x^2 = 0 \quad a = -12; b = 6 \text{ e } c = 18, \text{ então faz-se uso de } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(-12)(18)}}{2(-12)} \quad x_1 = \frac{-6+30}{-24} = \frac{24}{-24} = -1$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36+864}}{-24} \quad x_2 = \frac{-6-30}{-24} = \frac{-36}{-24} = \frac{-36}{-24}; 12 = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{900}}{-24}$$

Os valores  $(-1, \frac{3}{2})$  são considerados os pontos críticos e as raízes da função. E a partir dessa informação, podemos aplicar os pontos na segunda derivada, no qual obtemos:  $f''(\frac{3}{2}) = -30 < 0$ , ou seja,  $f$  tem um valor máximo relativo em  $\frac{3}{2}$  e  $f''(-1) = 30 > 0$ ,  $f$  tem um valor mínimo relativo em  $-1$

### RAÍZES DE UMA FUNÇÃO DO QUADRÁTICA

Chamam-se raízes ou zeros da função polinomial do 2º grau, dada por  $f(x) = ax^2 + bx + c$  com  $a \neq 0$ , os números reais  $x$  tais que  $f(x) = 0$ . Ou seja, as raízes da função  $y = ax^2 + bx + c$  são soluções (se existirem).

Essa é a fórmula resolutiva de uma equação do 2º grau  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  que pode ser usada para, por exemplo, calcularmos as raízes reais da função dada pela lei  $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

### Resolução

Temos  $a = 4$ ,  $b = -4$  e  $c = 1$ , então:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(4)(1)}}{2(4)}; \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8}; \quad x_1 = \frac{4+0}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{4-0}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Portanto  $x_1$  e  $x_2$  são as raízes da função.

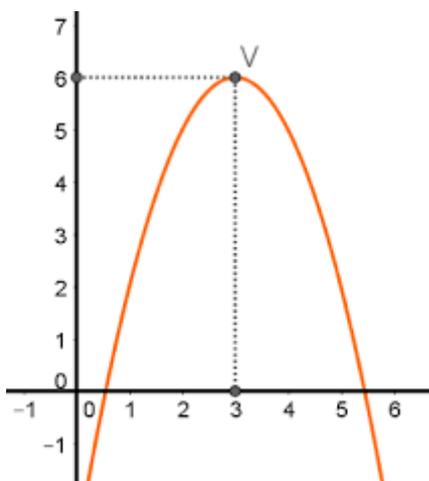
Visualmente identificamos que é possível utilizar o mesmo recurso tanto na função do segundo grau para determinar os valores das raízes, quanto para encontrar máximos e mínimos relativos. Esses pontos também podem ser chamados de pontos críticos.

## ELEMENTOS

O sinal do coeficiente  $a$  define a concavidade da parábola. As raízes ou zeros da função definem os pontos em que a parábola intercepta no eixo das abscissas.

O vértice  $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$  indicam o ponto de máximos e mínimos (se  $a > 0$  ou  $a < 0$ ).

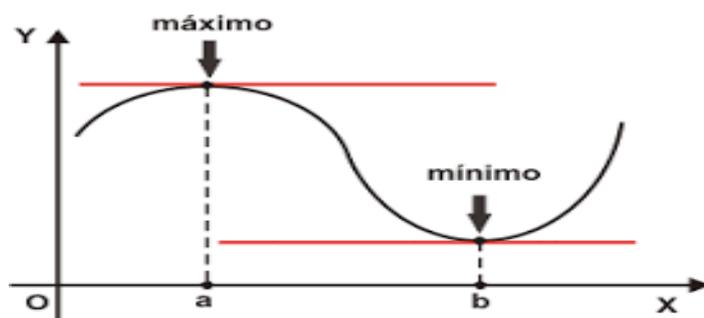
Gráfico 1: Vértice da parábola/ponto máximo da função



Fonte: Leonardo, 2013.

Os máximos e mínimos de uma função quadrática podem ser analisados por meio da localização do vértice e do estudo dos sinais da função que podem indicar o intervalo onde ocorre um ponto crítico. Nas funções do 2º grau há somente um vértice, e nos estudos do Ensino Superior trabalhamos com funções cujos gráficos apresentam mais de um ponto crítico.

Gráfico 2: Ilustração de uma curva com máximo e mínimo



Fonte: Chaveco, 2017.

Esse tipo de gráfico ilustra curvas com mais de um ponto crítico, que comumente estudamos na licenciatura, mas que também estão presentes na Educação Básica como é o caso das curvas das funções, seno e cosseno, estudadas no Ensino Médio que apresentam, por exemplo, no intervalo  $[0, 3\pi]$ , mais de um ponto crítico local.

Certamente, a discussão sobre a percepção, ou não, dos licenciados sobre as relações ou diálogos entre o que estudamos na universidade e o que teremos que ensinar na Educação Básica realizada aqui é ainda inicial, mas evidencia a necessidade de tais questões serem tratadas ainda durante a formação para que o futuro professor não conclua a licenciatura com lacunas que o levarão a silenciar diante da famosa pergunta que tanto ouvimos na escola: professor, pra que eu estudo isso?

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diariamente perguntamos o porque de muitas coisas, e esperamos receber alguma resposta de imediato. Tal situação ocorre diversas vezes quando os alunos perguntam pra que estudamos isso ou aquilo? ser professor não é uma atividade considerada fácil, ao contrário, é uma das mais complexas e relevantes profissões, onde precisamos dominar o que estamos ensinando e estabelecer um relacionamento mais humano.

O conteúdo de máximos e mínimos possuem suas aplicações em diversos ramos da matemática, aplicações em física, computação, geometria, álgebra, cálculos. Porém, não conseguimos perceber porque não somos indagados, influenciados a relacionar. Ensinamos da forma como aprendemos, e isso, é a abertura de uma lacuna encontrada no Ensino Superior, pois os professores em formação, seguem este mesmo ciclo de repetições.

Percebemos que o contexto apresentado pelos licenciandos ocorre de forma disciplinar, descontextualizada e fragmentada. Nos livros identificamos que a forma como o conteúdo de máximos e mínimos é apresentado reflete diretamente nas práticas de ensino definição, exemplificação e resolução de exercícios como apontados pelos sujeitos da pesquisa, e o início das relações entre os conteúdos nos fez refletir que ainda é necessário estudos mais aprofundados.

Os resultados indicam que os licenciandos possuem dificuldades em perceber as relações do conteúdo de máximos e mínimos ensinado na licenciatura com os aprendidos na Educação Básica, isso se deve ao contexto apontado no questionário pelos mesmos. Pela forma que tiveram contato como as disciplinas e como foi repesado pelos professores. As poucas fontes encontramos mostram a relevância desta pesquisa.

## 6 REFERÊNCIAS

- ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática**. 3º ed. São Paulo: Brasil, 2015.
- CHAVECO, A. I. R. **Cálculo com fatos históricos**: funções reais de uma variável real. 1º ed. Curitiba: CRV, 2017.
- FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A**. 6º ed. São Paulo: Pearson, 2006.
- GONDIM, D. M.; SAPUNARU, R. A. **Os Atores (Des)conhecidos dos Cálculos**. [recurso eletrônico]. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2016. Disponível em: <http://www.editorafi.org>
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. de. **Matemática: Ciências e Aplicações**. 9º ed. São Paulo: Saraiva, 2016.
- LEONARDO, F.M.D. **Conexões com a Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.
- LUCKESI, C. C. **Fazer universidade**: Uma proposta metodológica. 11 ed. São Paulo: Cortez, 2000.
- MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa**: A teoria de David Ausubel. 2º ed. São Paulo, Centauro, 2006.
- NÉRICI, I. **Metodologia do ensino superior**. 2º ed. Fundo de cultura, 1973.
- PPC. Universidade do Estado do Amazonas. **Projeto Pedagógico de Curso**: Ensino Superior. Amazonas: MEC; UEA-AM, 2013.
- SACRISTÁN, J. G; GÓMEZ, A.I. P. **Compreender e transformar o ensino**. 4ª ed. São Paulo: ArtMed, 1998.
- SIMÕES, P.M. U. **Programa Nacional do Livro Didático**: avanços e dificuldades. Cadernos de Estudos Sociais, Recife, v. 22, n. 1, p. 79-91, 2006. Disponível em: <<http://periodicos.fundaj.gov.br/CAD/article/view/1362/1082>>. Acesso: 01 nov. 2019.
- STEWART, J. **Cálculo**. 6º ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.
- STEWART, J. **Cálculo**. Volume I. 4ª ed. São Paulo: Cengage Learning, 2002.

## APÊNDICE A

### Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

Eu, ....., concordo em participar voluntariamente da pesquisa intitulada *Para que eu estudo isso? Percepção dos licenciandos em Matemática do CESP sobre máximos e mínimos*, que tem como pesquisadora responsável Karolaine Lacerda Maia, aluna do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas (UEA), no Centro de Estudos Superiores de Parintins (CESP), orientada pela Prof.<sup>a</sup> Doutora Lucélida de Fátima Maia da Costa e Coorientador Júlio César Marinho da Fonseca, que podem ser contatados pelos e-mails: ldfmaiadc@gmail.com; Jcmf.pem@hotmail.com; karolainelacerda09@gmail.com e pelos telefones (92) 984234860. Estou ciente que a pesquisa tem o objetivo de: Compreender a percepção dos licenciandos em Matemática do CESP sobre máximos e mínimos e suas relações com a Matemática ensinada na Educação Básica. E que minha participação consistirá em participar de diálogo com a pesquisadora, responder questionário, assim como participar de atividades desenvolvidas. Compreendo que esse estudo possui finalidade de pesquisa, e que os dados obtidos serão divulgados seguindo as diretrizes éticas da pesquisa, assegurando, assim, minha privacidade. Autorizo a publicação dos dados registrados pela pesquisadora em anotações, áudios, vídeos e coletados em questionário. Sei que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, que minha participação não gera vínculo institucional com a Universidade do Estado do Amazonas e que não receberei nenhum pagamento por essa participação.

Parintins, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

\_\_\_\_\_  
Assinatura da pesquisadora

\_\_\_\_\_  
Assinatura do(a) colaborador(a)

## APÊNDICE B

Universidade do Estado do Amazonas-UEA  
Centro de Estudos Superiores de Parintins- CESP  
Licenciatura em Matemática

### Questionário

1 Identificação

Nome: \_\_\_\_\_

Período: \_\_\_\_\_ n° \_\_\_\_\_

2 Em qual (is) disciplina(s) você estudou o conteúdo de máximos e mínimos?

( ) Álgebra ( ) Cálculo ( ) Geometria ( ) Nenhuma

3 Em qual (is) conteúdo(s) da Educação Básica são estudados máximos e mínimos?

4 Como o assunto de máximos e mínimos foi trabalhado na licenciatura?

( ) definição, exemplificação e resolução de exercícios

( ) resolução de problemas

( ) definição, exercícios e discussão das aplicações

( ) Outro. Qual? \_\_\_\_\_

5 Encontre os máximos e mínimos relativos de  $f(x) = 18x + 3x^2 - 4x^3$

6 O que é o vértice de uma parábola?

7 Identifique as coordenadas do vértice da parábola definida pela função  $f(x) = x^2 - 12x + 30$

8 Analisando as questões 5 e 7 você identifica alguma relação entre elas? Se sim, qual?