UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

ESCOLA NORMAL SUPERIOR

LICENCIATURA EM MATEMATICA

FILIPE DO NASCIMENTO FORTES

Resolução de Problemas com o uso de material concreto: uma investigação na formação de professores

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

ESCOLA NORMAL SUPERIOR

LICENCIATURA EM MATEMATICA

FILIPE DO NASCIMENTO FORTES

Resolução de Problemas com o uso de material concreto: uma investigação na formação de professores

Trabalho de Conclusão do Curso elaborado junto às disciplinas TCC I e TCC II do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador: Msc. José de Alcântara Filho Co-orientadora: Msc. Helisângela Ramos da Costa



ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ata de Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Escola Normal Superior-UEA de FILIPE DO NASCIMENTO FORTES.

Aos 27 días do més de novembro de 2018, às 11 horas, em sessão pública na Sala Nivaldo Santiago da Escola Normal Superior na presença da Banca Examinadora presidida pelo professor da disciplina de Trabalho de Conclusão do Curso Helisangela Ramos da Costa e composta pelos examinadores. Me. JOSÉ DE ALCÂNTARA FILHO, Me. MENG HUEY HSU e Me. VALÉRIA AMED DAS CHAGAS COSTA o aluno FILIPE DO NASCIMENTO FORTES apresentou o Trabalho: "RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM O USO DE MATERIAL CONCRETO: UMA INVESTIGAÇÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES." como requisito curricular indispensável para a integralização do Curso de Licenciatura em Matemática. Após reunião em sessão reservada, a Banca Examinadora deliberou e decidiu pela APLO NASCAS do resultado formalmente ao aluno e demais presentes e eu, na qualidade de Presidente da Banca, lavrei a presente ata que será assinada por mim, pelos demais examinadores e pelo aluno.

Presidente da Banca Examinadora

Jose de Meantara Gues

Orientador (a)

May My Mm

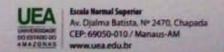
Avaliador 1

UACLOSTO

Avaliador 2

Aluno

(Fazer em duas vias, uma deve ser digitalizada para ser anexada ao TCC entregue em CD e outra deve ser entregue na Sec. Coordenação do Curso)



DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe que, durante toda minha vida, tem me apoiado e incentivado a estudar com empenho e motivação, cuja ajuda e aconselhamento me permitiram concluir mais essa etapa de minha formação acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, sem O qual nada do que foi feito se fez, bem como a todos os professores e colegas de graduação e, em especial, a todos os meus professores de Matemática que me inspiraram durante minha vida escolar para que escolhesse e seguisse essa profissão, árdua, porém gratificante.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Professora utilizando o material concreto da questão 1	40
Figura 2: Professora utilizando o material concreto da questão 5	40
Figura 3: Professor utilizando o material concreto da questão 3	41
Figura 4: Outro professor utilizando o material concreto da questão 3	41
Figura 5: Outra professora utilizando o material concreto da questão 1	42
Figura 6: Professor utilizando o material concreto da questão 2	42
Figura 7: Resolução 1 da questão 1	44
Figura 8: Resolução 2 da questão 1	45
Figura 9: Resolução 3 da questão 1	46
Figura 10: Resolução 4 da questão 1	47
Figura 11: Resolução 5 da questão 1	48
Figura 12: Resolução 6 da questão 1	49
Figura 13: Resolução 7 da questão 1	50
Figura 14: Resolução 8 a questão 1	51
Figura 15: Resolução 9 da questão 1	52
Figura 16: Resolução 1 da questão 2	53
Figura 17: Resolução 2 da questão 2	54
Figura 18: Resolução 3 da questão 2	55
Figura 19: Resolução 4 da questão 2	56
Figura 20: Resolução 5 da questão 2	57
Figura 21: Resolução 6 da questão 2	58
Figura 22: Resolução 7 da questão 2	59
Figura 23: Resolução 8 da questão 2	60
Figura 24: Resolução 9 da questão 2	61
Figura 25: Resolução 1 da questão 3	62
Figura 26: Resolução 2 da questão 3	63
Figura 27: Resolução 3 da questão 3	64
Figura 28: Resolução 4 da questão 3	65
Figura 29: Resolução 5 da questão 3	66
Figura 30: Resolução 6 da questão 3	67

Figura 31: Resolução 7 da questão 368	
Figura 32: Resolução 8 da questão 369	
Figura 33: Resolução 9 da questão 370	
Figura 34: Resolução 1 da questão 471	
Figura 35: Resolução 2 da questão 472	
Figura 36: Resolução 3 da questão 473	
Figura 37: Resolução 4 da questão 474	
Figura 38: Resolução 5 da questão 4	
Figura 39: Resolução 6 da questão 4	
Figura 40: Resolução 7 da questão 4	
Figura 41: Resolução 8 da questão 4	
Figura 42: Resolução 9 da questão 479	
Figura 43: Resolução 1 da questão 5	
Figura 44: Resolução 2 da questão 5	
Figura 45: Resolução 3 da questão 5	
Figura 46: Resolução 4 da questão 5	
Figura 47: Resolução 5 da questão 5	
Figura 48: Resolução 6-1 da questão 5	
Figura 49: Resolução 6-2 da questão 5	
Figura 50: Resolução 7 da questão 5	
Figura 51: Resolução 8 da questão 5	
Figura 52: Resolução 9 da questão 5	

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Acertos e erros questão 1	53
Tabela 2: Acertos e erros questão 2	62
Tabela 3: Acertos e erros questão 3	71
Tabela 4: Acertos e erros questão 4	80
Tabela 5: Acertos e erros questão 5	90

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Faixas etárias dos sujeitos da pesquisa	28
Gráfico 2: Proporção de gênero dos sujeitos da pesquisa	29
Gráfico 3: Distribuição dos sujeitos por redes de ensino	29
Gráfico 4: Ano de conclusão da graduação	30
Gráfico 5: Tempo de serviço até a presente data	30
Gráfico 6: Sujeitos da pesquisa por região de nascimento	30
Gráfico 7: Tendências de ensino	31
Gráfico 8: Nível dos problemas de olimpíadas de Matemática	32

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO
1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA12
1.1 Aspectos Históricos
1.2 A Resolução de Problemas e suas Etapas15
1.3 A Aprendizagem significativa e os Materiais Manipulativos
1.4 A Formação de Professores e suas necessárias mudanças
2 METODOLOGIA DA PESQUISA
2.1 Sujeitos da pesquisa
2.2 Técnicas de coletas de dados
3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS28
3.1 Análise do resultado do Questionário ao professor (APÊNDICE A) 28
3.2 Análise do resultado da Lista de Problemas da OBMEP (APÊNDICE B)39
CONSIDERAÇÕES FINAIS
REFERÊNCIAS93
APÊNDICE A95
APÊNDICE B
APÊNDICE C

INTRODUÇÃO

A proposta de investigação deste trabalho tem o intuito principal de discutir uma possibilidade de aplicação de uma das mais defendidas metodologias de ensino-aprendizagem da atualidade, a saber, a Resolução de Problemas. Portanto, se origina de uma preocupação com a escolha de um método, dentre diversos, que possibilite complementar o uso desta metodologia através do uso de material concreto no cotidiano escolar a partir da perspectiva de professores e professores em formação.

Esta metodologia tem sido apontada como uma excelente abordagem para o ensino dos conteúdos de Matemática em documentos internacionais de educação, dentre os quais os produzidos pelo NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática) nos Estados Unidos da América que datam da década de 1980, e também nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), no Brasil em 1997.

Contudo, tem-se visto dados não tão expressivos quando verificamos os resultados obtidos por alunos em Olimpíadas de Matemática, como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), e em exames nacionais, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), os quais se utilizam, grandemente, desta metodologia em seus enunciados e problemas.

Diante deste cenário, este trabalho tem como principal objetivo apresentar uma possibilidade de aplicação dessa metodologia integrada ao uso de material concreto que possa contribuir para seu emprego mais significativo. Para isso, nossa proposta se desenvolve por meio de dois objetivos específicos trabalhados de forma concomitante e complementar durante toda a pesquisa: primeiro, verificar a vivência que os professores de Matemática tem (tiveram) com a metodologia de Resolução de Problemas durante sua formação; e, segundo, analisar se o uso integrado de material concreto pode facilitar a resolução de questões-problema de modo significativo, ou seja, permitindo a compreensão de determinadas características de situações apresentadas em alguns exemplos de questões-problemas da disciplina.

Ora, é de suma importância o estímulo à prática do raciocínio lógicomatemático nas aulas, não apenas de Matemática, mas de Ciências em geral. Contudo, para que os alunos possam compreender certas definições e conceitos abstratos, assim como para que percebam padrões e consigam construir conclusões e demonstrações é necessário que possuam bases sólidas e, em alguns casos, palpáveis das possibilidades de formas geométricas abordadas.

De fato, o manuseio de uma bola de futebol ou de uma bolinha de gude precede o conhecimento do conceito de esfera, e este, precede o conhecimento da equação matemática que a modela na álgebra. Como exigir que um aluno consiga construir, de modo criativo, determinadas soluções de problemas de olimpíadas, ou mesmo possa formular mentalmente certas intersecções de superfícies nas disciplinas da graduação se os mesmos nunca tiveram contato ou oportunidade de manipular e visualizar, sob diferentes perspectivas, esses objetos de modo concreto?

Mudanças na estrutura da matriz de formação de professores de Matemática são necessárias para que mudanças em suas concepções e metodologias de trabalho possam ocorrer no futuro. Colocar a responsabilidade sobre o ombro de professores em atuação que, enquanto alunos, também não tiveram o devido contato com a Resolução de Problemas, não parece ser muito coerente.

Esta investigação enseja proporcionar aos professores e professores em formação uma visão diferenciada da Resolução de Problemas, buscando esclarecer alguns equívocos em suas concepções quanto à aplicação dessa metodologia em sala de aula. Dessa forma, este trabalho se apresenta dividido em três partes: fundamentação teórica, com o desenvolvimento histórico e caracterização da Resolução de Problemas, bem como com o pensamento de teóricos educacionais sobre a utilização de materiais concretos, aprendizagem formação professores; significativa е de metodologia da apresentando o tipo de pesquisa escolhido, bem como os sujeitos da pesquisa e os instrumentos de coleta de dados utilizados; e apresentação e análise de resultados, ao fim da pesquisa.

CAPÍTULO 1

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 Aspectos Históricos.

Até a década de 1930, a Matemática, no Brasil, era ensinada e estruturada de forma diferente da que conhecemos atualmente por meio das disciplinas: aritmética, álgebra, geometria e trigonometria. Silva e Siqueira Filho (2011, p. 19) afirmam que "houve certa resistência para a aceitação da proposta educacional, elaborada por Euclides Roxo, professor do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro, que levaria à fusão dessas disciplinas".

Foi a Reforma Francisco Campos, de 1931, que estruturou e organizou o ensino secundário, em nível nacional, instituindo dois ciclos, um de cinco anos, chamado fundamental, e outro de dois anos, denominado complementar. Além disso, essa reforma proporcionou um maior equilíbrio entre as disciplinas humanistas e científicas e criou a disciplina Matemática, a partir das disciplinas citadas anteriormente (SILVA e SIQUEIRA FILHO, 2011).

Até então, o ensino de Matemática era caracterizado principalmente pela repetição, recorrendo fortemente à memorização de conceitos básicos. Concepção esta, presente até mesmo nos dias atuais quando se trata do ensino desta disciplina por alguns professores e certas instituições de ensino. Contudo, essa abordagem tradicional não produziu, ou produz, os efeitos desejados para a aprendizagem significativa da maioria dos alunos.

Por mais que já nesta época tenha se começado a falar da Resolução de Problemas como uma forma de ensinar matemática, nas décadas posteriores, de 60 e 70, seu ensino foi, em sentido oposto, grandemente influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM). Essa movimento, conforme afirma Bicudo (2004, p. 214), "não contou com a participação dos professores de sala de aula, e apresentava uma Matemática estruturada e apoiada em lógica, álgebra, topologia e enfatizando a Teoria dos Conjuntos".

Tendo preocupações excessivas com abstrações e utilizando uma linguagem precisa e concisa, essa forma de ensino, entretanto, acentuava dificuldades que comprometiam o aprendizado dos alunos, por utilizar símbolos

e terminologias um tanto complexos (ONUCHIC, 1999). Dificuldades essas, que muitos alunos apresentam quando começam a estudar estruturas algébricas como, por exemplo, polinômios no ensino fundamental II e funções no ensino médio.

Não que queiramos afirmar que o rigor matemático seja menos importante, mas percebemos durante diversas experiências vivenciadas em sala de aula, que o excesso de rigor distancia muitos alunos da aplicação prática e concreta que a Matemática pode assumir em seu cotidiano. E a lógica, a análise e a álgebra possuem níveis de profundidade diversos que devem corresponder ao nível de ensino no qual os alunos se encontram.

Morris Kline (1976, apud Silva e Siqueira Filho, 2011, p. 21-22), apresenta de forma um tanto irônica uma situação que exemplifica uma dessas dificuldades do uso excessivo do rigor nas aulas de Matemática:

[...] um pai perguntou ao filho de oito anos quanto era 5+3. A resposta que recebeu foi que 5+3=3+5, segundo a propriedade comutativa. Espantado tornou a fazer a pergunta, dando-lhe outro fraseado: Mas quantas maçãs são 5 maçãs e 3 maçãs? A criança não compreendeu bem que "e" significa "mais" e, portanto, perguntou: o senhor quer dizer 5 maçãs mais 3 maçãs? O pai apressou-se a dizer que sim e esperou ansioso a resposta. Oh, não tem importância se se fala sobre maçãs, peras ou livros - disse o filho; 5+3=3+5 em qualquer dos casos.

Com o início da década de 70, se começou a realização de investigações sobre a Resolução de Problemas. Portanto a ideia da utilização desta metodologia em sala de aula ainda é relativamente recente, se considerarmos a história da educação. E discussões sobre essa tendência também apareceram em vários países do mundo nesse período.

Nos Estados Unidos, o NCTM — *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática) reagiu à necessidade de se adequar o trabalho escolar às novas tendências com uma série de recomendações para o progresso da Matemática nos anos 80. Durante essa década, muitos recursos foram desenvolvidos visando ao trabalho em sala de aula, tais como, sugestões de atividades e listas de estratégias para avaliar o desempenho em Resolução de Problemas (BICUDO, 2004).

Desde então tem ocorrido uma revolução na Educação Matemática que, no início, apresentou três caminhos diferentes de abordar a Resolução de Problemas: teorizar sobre Resolução de Problemas; ensinar a resolver problemas; e ensinar Matemática através da Resolução de Problemas (ONUCHIC e ALLEVATO apud BICUDO, 2004).

Sendo este último uma das principais, e talvez das mais significativas, formas de aplicação da Resolução de Problemas, uma vez que se apoia por um lado na continuidade e integração que os conteúdos da Matemática apresentam, e por outro permite que os alunos percebam o tão discutido sentido para o estudo dessa disciplina, pois partir de uma situação-problema contextualizada, portanto real, concreta em muitos casos, permite que o próprio aluno enxergue significado para o estudo de determinado conteúdo.

Acerca dessa integração Bicudo (2004, p. 217) comenta que:

Para dar conta dessas novas ideias foi preciso que novo enfoque fosse dado as salas de aula [...] o uso de contextos na Resolução de Problemas como um meio de desenvolver os conteúdos matemáticos e fazer conexões com outras áreas. Estes currículos retratam a Matemática como uma disciplina unificada por tópicos coerentemente integrados.

Ao final da década de 80, o NCTM publicou o *Curriculum and Evaluation* Standards for School Mathematics (Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar), em 1989, com o intuito de apresentar discussões com aqueles atribuídos de tomar decisões sobre o currículo de Matemática: professores, supervisores e promotores de materiais didáticos.

Além desse documento outros dois foram publicados em 1991 e 1995 pelo NCTM, respectivamente, o *Professional Standards for Teaching Mathematics* (Padrões Profissionais para o Ensino de Matemática) que ilustra caminhos pelos quais os professores poderiam estruturar suas aulas e o *Assessment Standards for School Mathematics* (Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar) que contém princípios nos quais os professores e educadores podem se apoiar para construir práticas de avaliação (BICUDO, 2004).

A partir desses *Standards* (Normas) foram selecionados alguns princípios a serem seguidos na aplicação da Resolução de Problemas: Equidade; Currículo; Ensino; Aprendizagem; Avaliação; e Tecnologia. Para

trabalhar esses princípios foram apresentados os seguintes padrões de conteúdo: Números e Operações; Álgebra, Geometria; Medida; e Análise de Dados e Probabilidade (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011).

Percebemos que estes padrões contemplam todos os conteúdos de Matemática ensinados no nível do ensino médio comuns a países como Brasil, Espanha, França e Portugal, os quais enunciamos a seguir: Resolução algébrica e gráfica de equações e inequações de 1º e 2º graus; Sistemas de equações lineares; Números racionais, irracionais e reais; Sequencias numéricas, progressões aritmética e geométrica; Polinômios e operações; Funções lineares, afins, constantes, quadráticas, exponenciais e logarítmicas, circulares e trigonométricas; Crescimento, decrescimento, máximo e mínimo de uma função; Matrizes e determinantes; Números Complexos; Análise Combinatória, Probabilidade e Binômio de Newton; Geometria analítica; Geometria Plana e Espacial; Trigonometria no triângulo retângulo e no ciclo trigonométrico; Conceitos básicos de Estatística no tratamento de dados amostrais.

Devemos ter em mente que a proposta de trabalho de ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas apoia o desenvolvimento desses conteúdos a partir de situações-problema que, devidamente escolhidas e exploradas, permitam que os conceitos, definições e aplicações sejam construídos juntamente com os alunos, levando, por consequência, a uma mais profunda compreensão dos mesmos. Dessa forma apresentando etapas a serem seguidas por meio dessa metodologia de ensino-aprendizagem.

1.2 A Resolução de Problemas e suas Etapas

A Resolução de Problemas é, dentre os atuais caminhos propostos pela Educação Matemática, um dos mais apontados pelos estudiosos e educadores. Sua concepção elaborada por Polya (2006, p.4) afirma que:

A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. [...] temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprender a resolver problemas, resolvendo-os.

E mais a frente Polya (2006, p.4) afirma que "O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas [...]". E indo ainda mais além, podemos afirmar que ele mesmo deve ser o mais interessado na utilização desses problemas, uma vez que, muitas vezes, também enfrentará alguma dificuldade para solucionar certos problemas que, aparentemente simples, apresentam alguns caminhos bem trabalhosos de resolução, e ainda outros que requerem experiências prévias em estratégias de abordagem.

Mas afinal, por que utilizar essa metodologia? Podemos enunciar ao menos dois motivos como resposta: a resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre o "dar sentido" aos conceitos estudados, questionamento sempre presente no discurso daqueles que dizem não saber por que precisam estudar Matemática; a resolução de problemas desenvolve a perspectiva nos alunos de que eles são capazes de fazer Matemática e fazer com compreensão e confiança, as quais são cada vez mais ampliadas conforme o tempo investido e a diversidade de contextos e de complexidade das situações-problema trabalhadas e solucionadas.

Os PCNs comentam sobre a importância da Resolução de Problemas:

Ao colocar o foco na resolução de problemas [...] o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas [...] o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos [...] a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 32-33)

Portanto essa metodologia tem como centro e início de trabalho o Problema, ou situação-problema. Segundo o dicionário Aurélio(1999, p.1640), problema significa "questão matemática proposta para que se lhe dê solução; questão não resolvida, ou de solução difícil". E nesse contexto, os PCNs (BRASIL, 1997, p.33) o definem como "Uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de inicio, no entanto é possível construíla".

Estes problemas podem ser de vários tipos e abordar diferentes contextos, e também devem estar de acordo com o nível e complexidade do público para o qual serão aplicados. Dante (2009) enuncia as principais características e tipos de problemas, os quais apresentamos a seguir:

Exercícios de reconhecimento, cujo objeto é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade. Por exemplo: 1) Dados os números 2, 5, 7, 12, 112, 157 e 217, quais são ímpares? 2) Qual é o sucessor de 1199?.

Exercícios de Algoritmos, aqueles que podem ser resolvidos passo a passo. Geralmente, no nível elementar, são exercícios que pedem a execução dos algoritmos de adição, subtração, multiplicação e divisão. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores. Por exemplo: Calcule o valor de $\{[(3 \times 5) + 6] \div 3\}$.

Problemas-padrão, cuja resolução envolve a aplicação de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia, pois a solução do problema já está contida no próprio enunciado, bastando transformar a linguagem usual em linguagem matemática. Seu objetivo é recordar e fixar os fatos básicos. Podem ser problemas-padrão simples, "divida igualmente 24 pirulitos entre 4 crianças", ou problemas-padrão compostos, "Paulo terá daqui a seis anos o quadrado da idade que tinha há seis anos atrás, qual sua idade?"

Problemas-processo ou heurísticos, cuja solução envolve operações que não estão contidas explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidas diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Exemplo: em uma sala há 5 meninas e 3 meninos, quantas duplas diferentes de casais podemos formar com esses alunos?.

Problemas de Aplicação, aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situações-problema contextualizadas. Por meio de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações.

Exemplo: para fazer um bolo de aniversário, Joana precisa saber quanto precisará para comprar os ingredientes. Portanto, podemos organizar uma lista de quais ingredientes serão necessários; quanto de cada um será necessário para a receita; qual o valor de cada um, e quais as opções em que são vendidos, qual a mais vantajosa?.

Problemas de quebra-cabeça, esses são problemas que desafiam os alunos. A solução depende, geralmente, da facilidade em perceber algum truque, ou padrão, alguma regularidade, que é a chave da solução. Encaixamse nesse tipo os problemas de olimpíadas de matemática. Por exemplo: Sejam A, B e C algarismos diferentes de zero tais que $(AB)^2 = CAB$, isto é, o número de dois algarismos AB elevado ao quadrado dá o número de 3 algarismos CAB. Determine o valor de A + B + C.

Os professores de didática tradicional utilizam em maior parte os exercícios e problemas-padrão em suas aulas, portanto deixando, muitas vezes, de lado os problemas de aplicação e quebra-cabeça, mesmo aqueles presentes no livro didático. Talvez por isso muitos alunos tenham dificuldade em resolver esses tipos de problemas em avaliações como o ENEM e olimpíadas de Matemática como a OBMEP, pois não estão familiarizados com as estratégias de resolução necessárias para sua solução.

Para se utilizar dessa metodologia é necessário que sigamos quatro fases, ou etapas, nesse processo: compreender o problema; elaborar um plano; executar o plano; e fazer um retrospecto da resolução (POLYA, 2006). Tal como ao subir uma escada, tarefa que deve ser executada passo a passo, iniciando pelo primeiro degrau, e seguindo um após o outro.

Percebe-se que muitos alunos, por falta de prática e intimidade com a Resolução de Problemas, sequer conseguem progredir na primeira etapa, pois para tal precisam interpretar e compreender, de forma clara, o que o problema pede. E mesmo ignoram que, certo problema pode nem ser possível de se solucionar, ou ainda, pode ter mais de uma solução.

Fato este que pode também ser observado quando os alunos apresentam certas dificuldades ao trabalhar com muitos valores ou dados de uma vez, como, por exemplo, na compreensão da definição de domínio e

imagem de uma função ou das infinitas soluções de um sistema linear possível e indeterminado, ou ainda de propriedades de certos lugares geométricos.

Muitas vezes, isso se deve por lacunas em conceitos e definições básicas, necessárias para a construção da solução dos problemas, e outras vezes por nunca terem tido o necessário contato com as perspectivas que levem ao reconhecimento de padrões e detalhes importantes para a visualização do objeto matemático a ser analisado.

Dessa forma, a primeira etapa, a compreensão do problema, é primordial. E se utilizar de ferramentas que facilitem esse entendimento é sempre interessante. Pois, conforme Polya (2006, p.7), "Não bastam os materiais para a construção de uma casa, mas não podemos construí-la sem lançar mão dos materiais necessários".

Polya (2006, p.5-13) descreve detalhadamente cada uma dessas etapas a serem seguidas no processo de resolução de um problema:

Compreensão do problema, pois deve haver interesse do aluno em resolver um problema, e um problema não compreendido não provoca interesse algum por resolvê-lo. Um problema muito difícil ou muito fácil pode dificultar sua compreensão ou não aguçar a curiosidade, respectivamente. Portanto o enunciado do problema deve ser claro, e para tal o professor, ativo nesse processo, deve fazer perguntas convenientes para incitar os alunos a extraírem os dados e hipóteses importantes, dessa forma levando-os a construírem sua solução.

Elaboração de um plano de resolução, este plano pode surgir gradualmente, após tentativas infrutíferas (tentativa e erro), ou ainda aparecer repentinamente como uma "ideia brilhante". Para que o professor possa auxiliar seus alunos nesta etapa deve avaliar, por sua própria experiência, quais dificuldades foram enfrentadas na resolução do problema proposto. Deve ser dada, também, oportunidade para que os alunos apresentem propostas de resolução diferentes.

Execução do plano, nesse momento do processo o aluno seguirá as estratégias que planejou na fase anterior. É importante que o professor insista que o aluno analise cada passo tomado para verificar se está no caminho

certo, se aproximando da solução procurada. Caso afirmativo, o aluno ficará cada vez mais convencido de que seu plano não apresenta erros ou incoerências, levando por fim à uma maior confiança e segurança quanto às soluções encontradas.

Retrospecto, pois ao chegar à(s) solução(ões) na fase anterior, os alunos comumente passam para outra questão ou encerram a atividade sem a devida, e necessária, verificação do processo percorrido. Isto é importante, pois a solução encontrada pode não ser única em alguns casos, ou mesmo estar em desacordo com determinadas condições ou restrições do enunciado do problema.

Seguindo essas etapas os alunos, ativos em todo o processo, assim como o professor, colherão ao fim os frutos que os levarão a uma aprendizagem mais rica e significativa. Os professores que pretendam utilizar essa metodologia devem estar cientes que existem alguns aspectos necessários, conforme Van de Walle (2001, apud Bicudo, 2004, p. 219) aponta:

[...] os professores de Matemática, para serem realmente eficientes, devem envolver quatro componentes básicos em suas atividades: gostar da disciplina Matemática, o que significa fazer Matemática com prazer; compreender como os alunos aprendem e constroem suas ideias; ter habilidades em planejar e selecionar tarefas e, assim, fazer com que os alunos aprendam Matemática num ambiente de Resolução de Problemas; ter habilidades em integrar diariamente a avaliação com o processo de ensino a fim de melhorar esse processo e aumentar a aprendizagem.

Todos esses aspectos são de tamanha importância para que os professores, que consigam aplicá-los em seu trabalho cotidiano em sala de aula, construam um ambiente muito mais favorável ao aprendizado de seus alunos, portanto, levando a uma noção mais significativa da Matemática.

1.3 A Aprendizagem significativa e os Materiais Manipulativos

Quando comentamos a importância do uso de uma metodologia que permita levar o aluno a uma aprendizagem mais significativa, estamos deixando subentendido que esta ocorre a partir de definições, conceitos e significados já conhecidos pelo aluno. Assim, a partir dos conhecimentos que ele já possui, ele mesmo poderá construir outros novos.

Essa construção das aprendizagens significativas deve permitir a apreensão do saber pelo aluno, conforme define Ausubel (1982, apud Minguet, 1998, p. 128): "A construção significativa implica a conexão ou vinculação do que o aluno sabe com os conhecimentos novos, quer dizer o antigo com o novo [...] devemos assegurar a auto-estruturação significativa".

Dessa forma, nesse processo, cada aluno será capaz de realizar suas próprias aprendizagens, ou seja, aprendendo a aprender, garantindo maior compreensão e facilitação de novas aprendizagens. Por meio de análises podem ser construídas aplicações educativas que permitam: explorar o que os alunos já sabem, antes de iniciar a aprendizagem de um novo conceito; estruturar o caminho de aprendizagem a ser trabalhado pelo professor; extrair significado dos conteúdos encontrados nos livros-texto; e por fim, permitir a realização final das novas aprendizagens.

Tendo isso em vista, a metodologia de ensino-aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas constitui um caminho para se ensinar Matemática e não apenas para ensinar a resolver problemas, e isso, de forma significativa para o aluno. O Problema é o ponto de partida e devem ser feitas conexões entre os diferentes ramos da Matemática buscando usar o que for útil, como ferramenta de apoio e facilitação da aprendizagem. E neste ensejo também se apresentam os materiais manipulativos.

Esses materiais concretos permitem ao aluno perceber determinadas características, observar perspectivas diferentes, facilitando o aprendizado de certos conceitos geométricos e espaciais:

Os recursos de visualização, integrados ao material manipulativo, enriquecem a aprendizagem [...] O aluno participa da construção desses conceitos, manuseando e operando com as figuras geométricas e outros objetos educacionais. (BICUDO, 2004, p. 205)

Quando utilizados de forma coerente e coesa, integrados e aplicados, de forma a auxiliar a visualização, para facilitar o aprendizado dos conteúdos, esses materiais permitem que os alunos percebam por eles mesmos padrões e definições de forma concretas, construindo ideias.

Dessa forma, os alunos serão capazes de analisar, literalmente com suas próprias mãos e olhos, as mais variadas possibilidades de abordagem de determinado objeto, sobre o que os PCNs também comentam que:

Recursos didáticos como jogos, livros [...] e outros materiais tem um papel importante no processo de ensino-aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão [...] (BRASIL, 1997, p. 19)

Portanto, se usados corretamente de forma integrada, não como um fim em si mesmos, mas sim como um auxílio a visualização, principalmente espacial, os materiais manipulativos podem facilitar a compreensão de certas características de objetos matemáticos em um nível elementar que torne possível, mais a frente, uma maior e mais complexa abstração por parte do aluno. Associados à resolução de certos problemas, principalmente de geometria, podem facilitar a compreensão inclusive do enunciado do problema.

Bicudo (2004, p. 222) comentando sobre isso afirma que:

O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos).

E este posicionamento, ou seja, a não utilização desses materiais por parte dos professores em suas aulas tem sido um dos grandes obstáculos para um melhor e diferenciado aprendizado dos alunos. Pois, em alguns casos, sequer são estudados conteúdos de Geometria, ainda que estejam presentes no livro didático, e em outros casos, são vistos de forma um tanto isolada, como se não pudessem ser relacionados com as demais áreas da Matemática, distanciando cada vez mais os alunos do aprendizado dessa disciplina.

O que tem ocorrido, aparentemente, pode ser descrito como uma "quebra", uma descontinuidade do que acontece nos anos iniciais, pois nesses anos os alunos estão a todo instante imersos em um ambiente mais rico em aprendizagem, manipulando objetos e figuras matemáticas, e quando entram nos anos finais do ensino fundamental perdem o contato com esses materiais.

Mas para que essas mudanças ocorram em sala de aula, outras devem ocorrer, previamente, na formação dos futuros professores.

1.4 A Formação de Professores e suas necessárias mudanças

Tema atualmente discutido por muitos educadores e teóricos é a forma como está estruturada a formação de professores tanto com relação aos conteúdos quanto às concepções e metodologias sobre as quais está sendo desenvolvida. D'Ambrósio (1996, p. 31) comenta que "Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico".

E, talvez, parte maior dessa responsabilidade recaia sobre a formação a que este profissional que ensina, ou seja, o professor, recebeu na academia. Sobre isso D'Ambrósio (1996, p. 59) também afirma que:

Já é tempo de os cursos de licenciatura perceberem que é possível organizar um currículo baseado em coisas modernas. [...] os alunos não podem aguentar coisas obsoletas e inúteis, além de desinteressantes para muitos.

E este desafio se mostra cada vez mais presente tanto em sala de aula quanto nos cursos de formação dos professores de Matemática. Para que mudanças ocorram no futuro os professores a serem formados deverão apresentar certas características e habilidades cada vez necessárias no mundo de tecnologia e globalização da atualidade, dentre as quais: uma visão do que vem a ser Matemática; uma visão do que se constitui a aprendizagem da Matemática; e visão do que constitui um ambiente favorável a essa aprendizagem.

Minguet (1998, p. 127) comenta que "[...] para que a mudança da funcionalidade do sistema educativo seja verdadeira, é necessária uma profunda reforma de conteúdos e métodos". Analisar e discutir alterações na estrutura tanto da matriz curricular quanto nos processos de avaliação e estudo são cada vez mais necessárias, afinal um professor não pode ensinar aquilo que não aprendeu a ensinar. Essas disciplinas da forma como estão sendo trabalhadas, ou seja, muitas vezes isoladas umas das outras e desprovidas de aplicação concreta não tem sido eficazes para formar profissionais mais completos e aptos a exercer sua profissão conforme as atuais metodologias apontadas nas concepções modernas de ensino.

D'Ambrósio (1996, p. 101) complementa ainda sobre este tópico que:

Para os cursos de licenciatura, as aulas de conteúdo seriam muito mais interessantes se em vez de dar uma lista de pontos tradicional, que geralmente é fria e desconectada, fossem estudados, em muitos de seus aspectos – teóricos, históricos, experimentais, aplicações – fórmulas e resultados importantes e gerais.

Dessa forma, os futuros professores, tendo maior contato e experiências com metodologias mais modernas e inovadoras de ensino, também poderiam estar mais preparados com estratégias eficazes, capazes de vencer um dos maiores obstáculos para o ensino de Matemática na atualidade, a saber, o desinteresse de muitos alunos por aulas um tanto tradicionais e, para eles, sem significado.

CAPÍTULO 2

2 METODOLOGIA DA PESQUISA

Para a investigação a que se propõe este trabalho é necessário definir a metodologia e os métodos a serem empregados. Como se trata de uma análise sobre a utilização da Resolução de Problemas na prática docente, bem como sobre a utilização de material manipulativo que facilite essa ação, considerarse-á uma abordagem de pesquisa qualitativa, uma vez que importam as considerações e conclusões acerca das estratégias que foram utilizadas na resolução dos problemas aplicados.

Ander-Egg (apud Marconi & Lakatos, 2003, p. 155) define pesquisa como "[...] procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento". Já Gerhardt e Silveira (2009, p. 31) comentam que a pesquisa qualitativa "[...] não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc". E mais à frente (2009, p. 32) diz que "a pesquisa qualitativa preocupa-se, portanto com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais".

Portanto, os instrumentos de coletas de dados escolhidos, os quais foram aplicados, bem como os procedimentos seguidos, estão de acordo com essa abordagem de pesquisa.

2.1 Sujeitos da pesquisa

Os sujeitos da pesquisa foram professores de séries diversas da educação básica relativos aos níveis fundamental II e ensino médio, portanto, da rede estadual de educação, no município de Manaus e Estado do Amazonas. Dessa forma, os sujeitos provêm de um universo diversificado e

com características, formações, práticas e concepções de ensino também diferentes.

Foram selecionados dentre o universo acima, 9 (nove) professores de 6 (seis) escolas de zonas diferentes, independentemente de seu tempo de formação, ou de tempo de experiência na prática docente, buscando-se verificar, após a devida análise, se há alguma característica ou relação importante que os diferencie, em suas concepções, conforme esses períodos temporais. Para fins dessa posterior análise, considerou-se como convenção, para uma formação inferior a três anos, a nomenclatura "recém-formado". Essa diferenciação também se tornará importante para avaliar se, e em que sentido, houve modificações na estrutura de formação de professores quanto à vivência e aplicação da Resolução de Problemas.

2.2 Técnicas de coletas de dados

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizados:

- Aplicação de questionários (conferir APÊNDICE A) aos professores, com
 o intuito de prosseguir à verificação das características, concepções, da
 formação e experiência dos sujeitos com a metodologia investigada;
- Aplicação de uma lista de problemas (conferir APÊNDICE B), selecionados dentre edições anteriores da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), composta de 5 (cinco) questões sobre Geometria Plana e Espacial, particularmente incluindo temas de planificação de cubo, combinações e dobraduras que permitam utilizar material concreto apropriado auxiliar para a visualização das situações descritas, a qual foi respondida pelos sujeitos da pesquisa;
- Observação participante com aplicação da lista de problemas já mencionada e material manipulativo, auxiliar e facultativo, à resolução.
 No caso particular deste trabalho, procurando observar dificuldades, métodos e estratégias utilizados pelos sujeitos em suas resoluções.

Dada a quantidade e o nível de complexidade das questões, foi estipulado um prazo de 1(uma) à 2(duas) horas para que os professores trabalhassem nas resoluções dos problemas. Ao início da atividade de

pesquisa, o professor foi informado de que, caso achasse conveniente e necessário para auxiliar a visualização e resolução, solicitasse e utilizasse o material concreto respectivo a cada questão.

Portanto, sempre que solicitado por ele, teve acesso ao material e, quando julgou não necessário, assinalou sua escolha de não o utilizar, em local identificado abaixo de cada questão para fins de análise desta pesquisa. Caso tenha utilizado, teve também um espaço para comentar e justificar sua escolha ao final de sua resolução.

Como este trabalho de pesquisa, elaborado sob uma perspectiva qualitativa, procura também investigar as estratégias utilizadas pelos professores na resolução dos problemas apresentados, ao final de cada questão os sujeitos tiveram um espaço para propor outra forma (estratégia) que também poderia ser utilizada para chegar à solução de cada problema.

CAPÍTULO 3

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

3.1 Análise do resultado do Questionário ao professor (APÊNDICE A)

Inicialmente, foram realizados os deslocamentos necessários até as escolas nas quais os professores, sujeitos da pesquisa, atuam, com o intuito de, conforme prévio agendamento, prosseguir com a aplicação dos instrumentos de coleta de dados, em um período de tempo estipulado. Dentro deste período, começou-se com a aplicação dos questionários aos professores.

Esta aplicação ocorreu com 9 (nove) professores de 6 (seis) escolas das zonas leste, centro-sul, norte e sul do município de Manaus. A escolha dessas escolas se deu por consequência da rede (estadual) em que os professores licenciados em Matemática atuam em geral, bem como por oportunidades e experiências anteriores de estágios curriculares realizados em algumas delas.

Ao fim desta aplicação, e com a posterior análise, chegamos aos seguintes resultados das respostas preenchidas pelos professores, as quais foram organizadas em gráficos para melhor apresentar seus comportamentos, para também observar possíveis padrões.

Dentre esses 9 (nove) professores temos uma faixa etária que vai de 21 a mais de 60 anos, apresentando as seguintes proporções, etária e de gênero:

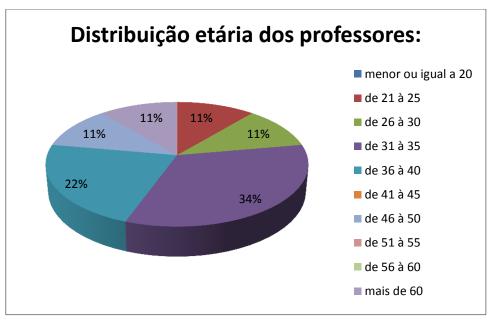


Gráfico 1: Faixas etárias dos sujeitos da pesquisa.



Gráfico 2: Proporção de gênero dos sujeitos da pesquisa.

Nota-se uma proporção maior de professores do sexo masculino dentre os 9 (nove) sujeitos da pesquisa.

Os mesmos trabalham nas seguintes redes de ensino:

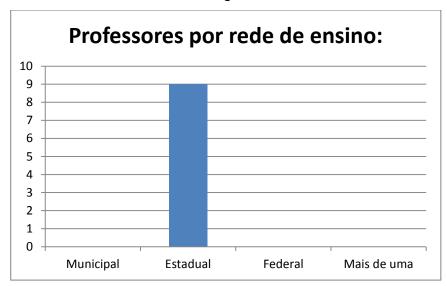


Gráfico 3: Distribuição dos sujeitos por redes de ensino.

Essa característica se deve à escolha das escolas de trabalho dos professores licenciados em Matemática, que em geral são dos anos finais do ensino fundamental e ensino médio, portanto, de maioria estadual.

Os anos em que esses professores concluíram sua graduação estão distribuídos desde 1977 até 2017, portanto, nota-se um período considerável de diferença entre os sujeitos. Contudo a maioria obteve sua formação de 2005 à 2017, portanto há no máximo 13 anos. A seguir apresentamos os anos de formação dos 9 (nove) professores:



Gráfico 4: Ano de conclusão da graduação.

O tempo total de serviço dos professores em sala de aula está, em sua maioria, no intervalo de 11 a 15 anos, portanto um tempo considerável na educação básica:

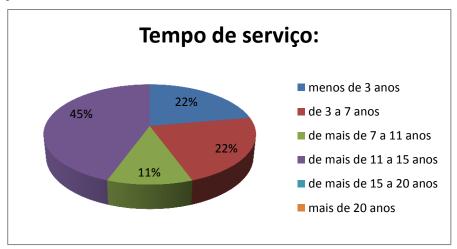


Gráfico 5: Tempo de serviço até a presente data.

Os professores apresentam ainda as seguintes naturalidades:

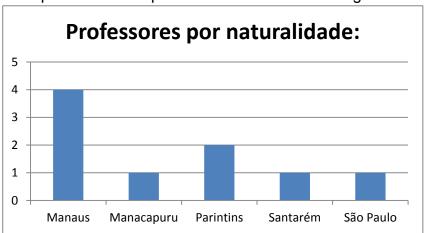


Gráfico 6: Sujeitos da pesquisa por região de nascimento.

Verifica-se que a maioria é natural da capital, Manaus, mas também temos a presença de professores de diferentes municípios e entes federativos.

Ao verificar as respostas dos questionários, percebe-se que dentre as tendências e metodologias de ensino que os professores assinalaram na questão 3 como sendo as mais presentes em suas didáticas estão:

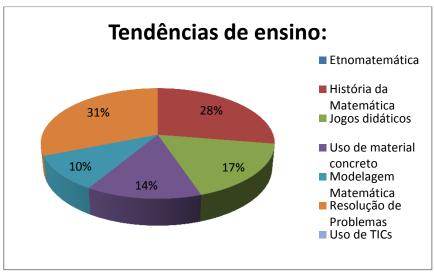


Gráfico 7: Tendências de ensino.

Como os alunos desses professores, conforme preenchido na questão 7, participam das olimpíadas de Matemática OBMEP e OAM, respectivamente, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Olimpíada Amazonense de Matemática, é natural que a maioria desses professores esteja em contato com a Resolução de Problemas e a tenha marcado, pois esta é também encontrada atualmente em todos os livros didáticos utilizados nas escolas.

Já com respeito à questão 8, os professores, em sua maioria, avaliam que o nível de complexidade dos problemas propostos aos seus alunos nas citadas olimpíadas está condizente com o conhecimento de seus alunos. Este resultado se mostrou relativamente surpreendente, pois esperávamos uma proporção menor de respostas positivas para esta questão, uma vez que muitos alunos apresentam dificuldades para solucionar as questões-problema dessas olimpíadas.

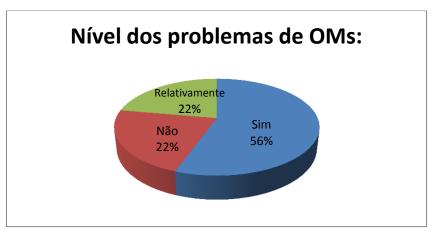


Gráfico 8: Nível dos problemas de olimpíadas de Matemática.

A fim de verificar, com mais profundidade, a vivência desses professores, denominados sujeitos P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8 e P9, com a metodologia de Resolução de Problemas, foram analisadas suas respostas às questões teóricas conforme apresentamos a seguir:

Questão 1 – transcrição *ipsis litteris* das respostas dadas pelos professores:

- P1 "É uma forma de Ensino e aprendizagem na qual coloca o aluno a ser autônomo do seu próprio conhecimento";
- P2 "Metodologia ensino-aprendizagem que se utiliza de problemas contextualizados";
- P3 "Um ponto muito importante para pensar e fazer com que novas maneiras de resolver o problema sejam visualizadas";
- P4 "Ainda não é o adequado, pois os alunos (a maioria) ainda tem dificuldades na Matemática básica, sendo assim, acredito que usando o cotidiano do mesmo, possa ser o caminho certo para alcançar o objetivo";
- P5 "Uma metodologia bastante eficaz na aprendizagem da referida disciplina, mas que precisa de suporte para que haja a interpretação do problema em sua totalidade, partindo do pressuposto que nossos alunos têm muita dificuldade de leitura matemática";
- P6 "Definiria como a aplicação de um acumulado de conhecimento e técnicas";
- P7 "Problemas matemáticos aplicados no cotidiano";
- P8 "Uma maneira diferente para que o aluno possa encontrar solução

- e suas respectivas respostas de maneiras diferenciadas em sala de aula":
- P9 "A metodologia ainda se baseia em ler e interpretar situações propostas em problemas".

Percebemos na fala de muitos dos professores, tanto a relação da metodologia de Resolução de Problemas com as situações-problema propostos, assim como com sua necessária leitura e interpretação. Quando um deles escreve: "aplicação de um acumulado de conhecimentos e técnicas"; e outra menciona: "mas que precisa de suporte para que haja a interpretação do problema em sua totalidade", percebemos que existe uma associação direta em suas definições com o processo de resolução de problemas, pois, de fato, para que se resolva um problema os passos iniciais são a compreensão do mesmo, e em seguida a elaboração de estratégias que utilizem ideias e conceitos já estudados anteriormente.

Contudo, apenas um deles ao escrever: "é uma forma de ensino e aprendizagem, a qual coloca o aluno como ser autônomo de seu próprio conhecimento", chega mais perto da definição do que seria ensinar através da Resolução de Problemas, conforme os PCNs:

A resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser resumida nos seguintes princípios: a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. (BRASIL, 1998, p. 40)

Dessa forma, percebemos que por mais que muitos dos sujeitos tenham assinalado que utilizam ou aplicam a Resolução de Problemas em suas didáticas, muitos deles o fazem de forma um tanto equivocada, seguindo uma linha tradicional de ensino que culmina, apenas por fim, em algumas resoluções de problemas do livro didático. Para que ocorram mudanças em suas práticas de sala de aula, outras mudanças, prévias para os futuros professores, são necessárias em suas formações.

Questão 2 – transcrição *ipsis litteris* das respostas dadas pelos professores:

- P1 "Enquanto professor da rede pública de ensino, minha vivência tem sido cotidiana, pois me apoio nela para dinamizar minhas aulas";
- P2 "Cada vez mais é cobrado do aluno e do professor a contextualização que nos é apresentada nos cursos de atualização, ministrados pela SEDUC";
- P3 "Trabalhando muito com as olimpíadas de matemática";
- P4 "Capacitação via SEDUC";
- P5 "A partir da graduação e com envolvimento nas olimpíadas de matemática (Preparação para as olimpíadas dos alunos)";
- P6 "Minha vivência vem desde a disciplina de problemas de matemática 1 e 2, e também da resolução de problemas da olimpíada de matemática";
- P7 "Através de duas matérias da graduação (Resolução de Problemas e Problemas de Matemática). E agora atualmente reforço para OBMEP na escola":
- P8 "Usar da metodologia vem antes da graduação, pois trabalhava com reforço escolar e sempre desenvolvo meu trabalho de maneiras dinâmicas e diferenciadas";
- P9 "Na faculdade ficou a desejar, porém na instituição que trabalho já houve algumas capacitações na área".

Percebemos nas respostas a essa questão um ponto interessante e positivo com relação às mudanças que já tem ocorrido na formação de professores e suas matrizes curriculares atuais. Pois aqueles, por convenção, denominados como "recém-formados" apresentaram respostas diferentes daqueles formados há mais tempo.

Enquanto os primeiros mencionaram, por exemplo, seu contato com a Resolução de Problemas por meio de certas disciplinas em sua graduação: "disciplina de problemas de matemática 1 e 2"; "duas matérias resolução de problemas e problemas de matemática"; os últimos mencionam como contato inicial formações ou capacitações ofertadas por suas respectivas secretarias de educação, a saber, a SEDUC, cujas participações, portanto, ocorreram depois de sua formação na graduação.

Também devemos mencionar que a metodologia de Resolução de Problemas, ao lado da Etnomatemática e da utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), por exemplo, são relativamente recentes na história do ensino de Matemática.

Questão 4 – transcrição *ipsis litteris* das respostas dadas pelos professores:

- P1 "Utilizo constantemente, através de problemáticas na qual é proposto ao aluno, e o mesmo passa a tentar resolvê-la";
- P2 "Após colocar os conceitos do conteúdo dado, a verificação do conhecimento é aplicada em resolução de problemas";
- P3 "Utilização em sala de aula nas olimpíadas brasileira, aplicação de problemas e soluções";
- P4 "Sempre. Em aulas de exercícios buscando alcançar o cotidiano do aluno":
- P5 "Esporadicamente, devido o conhecimento básico do aluno ser bem falho (falta leitura e conhecimento de cálculos simples). Em média, 1 aula semanal, e trabalhando um único problema, suas interpretações e as possíveis resoluções (soluções)";
- P6 "Utilizo em quase todas as aulas, através de situações-problemas que fazem um elo da teoria com a prática";
- P7 "Toda aula, seleciono problemas do livro didático";
- P8 "Com material concreto "geoplano, dados, tangram" para que assim possam visualizar, no material didático, enxergar o abstrato e encontrar soluções nos problemas";
- P9 "Sempre. Todas as aulas há conceitos e exercícios".

Percebemos aqui dois pontos interessantes a se observar: primeiro, a relativa confusão dada ao significado de problema, pois um deles escreve "todas as aulas há conceitos e exercícios", contudo sabemos que exercícios e problemas são tipos diferentes como definem os PCNs (BRASIL, 1998, p.41): "um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la"; já os exercícios exigem apenas a aplicação de determinado algoritmo já conhecido para efetuar

determinada operação ou chegar a uma solução diretamente.

O segundo ponto observado nas respostas é a forma como os problemas são utilizados em suas didáticas, mostrando que apenas ao fim do estudo de determinado conteúdo é que as situações-problema são trabalhadas. Nota-se isso em respostas como: "seleciono problemas do livro didático" ou "após colocar os conceitos do conteúdo dado".

Sobre essa questão Romanatto (2012, p. 302) menciona que:

Se a sequência "definições, propriedades, exercícios e problemas" era habitual do ensino da Matemática e com o agravante dos exercícios e dos problemas terem ênfase nos aspectos envolvendo regras, fórmulas e algoritmos, a proposta metodológica da resolução de problemas faz uma inversão significativa, qual seja, "problemas, definições, propriedades, exercícios e novos problemas". Propomos o problema como o centro ou o início do processo de ensinar e de aprender Matemática e isso pode ser decisivo para essa disciplina adquirir um sentido para os estudantes

E essa inversão, dita significativa, ainda é pouco aplicada nos moldes em que comenta o autor, ou seja, iniciar o estudo de determinado conteúdo a partir do problema, e não considerá-lo apenas como aplicação ao final.

Questão 6 – transcrição *ipsis litteris* das respostas dadas pelos professores:

- P1 "Sim, por exemplo o geogebra é uma ferramenta que ajudaria muito nas aulas de geometria espacial";
- P2 "Material concreto e construção";
- P3 "A necessidade de materiais que apoiam o professor sempre serão bem-vindos em sala de aula";
- P4 "Sim. Material concreto e planificações";
- P5 "Sim, até porque se aprende mais rápido com material concreto, então, toda forma diversificada de ferramenta é útil (seria muito bom se todas as escolas dispusessem de material necessário para novas tecnologias)";
- P6 "Sim, uma ferramenta que auxilie o ensino é muito importante. De preferência softwares de geometria e materiais concretos, como sólidos geométricos. No entanto a falta de um laboratório de informática atualizado dificulta muito o trabalho";
- P7 "Com certeza, material concreto, sólidos geométricos e o software

geogebra e data-show";

- P8 "Material concreto, para visualização, planificação para detalhes de figuras geométricas mesmo em 3D";
- P9 "É de extrema necessidade o uso de materiais que d\u00e3o suporte para ajudar nas resolu\u00f3\u00f3es desses problemas".

Nesta questão verificamos na escrita de muitos professores referências à: "novas tecnologias, ferramentas que auxiliem o ensino, laboratório de informática, materiais concretos", ponto muito positivo das mudanças que já tem ocorrido na educação básica, pois ferramentas como softwares de geometria dinâmica, associados ao uso de materiais manipulativos como sólidos geométricos e planificações são de grande importância para tornar o aprendizado mais significativo, uma vez que a apreensão de conhecimento também ocorre de forma integrada por meio de conexões, conforme cita Van de Walle(2001, apud ONUCHIC; LEAL JUNIOR, 2016, p.30):

Usamos as ideias que já temos para a construção de uma nova ideia, desenvolvendo no processo uma rede de conexões entre as ideias, as quais são influenciadas pelos sentidos e pelas significações adjacentes. Quanto mais ideias sejam usadas e quanto mais conexões sejam feitas, melhor será a compreensão.

E os PCNs também apontam nesse mesmo sentido que:

Os [...] Recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadora, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão. PCNs de Matemática. (BRASIL, 1998, p. 57)

Portanto, quanto mais possibilidades e meios que auxiliem o ensino, utilizados de forma integrada com o conteúdo de forma a facilitar a compreensão do aluno são, de fato, bem-vindas no ambiente escolar. E principalmente no estudo de conteúdos como, por exemplo, a Geometria.

Questão 9 - transcrição *ipsis litteris* das respostas dadas pelos professores:

- P1 "Os mesmos apresentam dificuldades em resolver problemas devido suas bases serem pobre em conteúdos";
- P2 "Motivação do aluno, dificuldade na leitura, interpretação de texto";
- P3 "Falta de visualização do problema, enxergar o problema";
- P4 "Dificuldade na interpretação das questões e também falta de base

das 4 operações";

- P5 "Conhecimento prévio de leitura e interpretação e o conhecimento básico de Matemática, necessário para solucionar problemas simples";
- P6 "O que causa muita dificuldade é a falta de base matemática dos alunos, além da falta de prática nas séries anteriores";
- P7 "Interpretação e falta de atenção";
- P8 "Falta de conhecimento da base";
- P9 "Primeiramente dificuldades em ler e interpretar os problemas.
 Depois vem a falta do concreto na visão dos alunos".

Nesta questão percebemos recorrentemente as palavras: "leitura, interpretação e motivação", as quais foram apontadas pelos professores como os principais obstáculos encontrados em sala de aula por conta dessas dificuldades de seus alunos. De fato, é extremamente necessário que aquele que pretende resolver um problema saiba, primeiramente, ler, em sua língua vernácula, e em seguida interpretar o que leu, e ainda, em se tratando de um problema matemático, traduzir essa compreensão para a linguagem matemática corretamente. Todo esse processor faz parte do início da resolução de um problema, a saber, a compreensão do mesmo.

Sobre as habilidades de leitura na resolução de problemas comentam ONUCHIC e LEAL JUNIOR (2016, p.30) que são quatro:

Decodificação, etapa em que o leitor decodifica o signo no problema. Para tanto, é preciso que o signo utilizado no problema seja devidamente ligado ao seu significado.

Compreensão, que está relacionada ao reconhecimento e à captação dos principais tópicos do problema; ao reconhecimento das regras das linguagens vernácula e matemática usadas no problema; o reconhecimento das regras de enunciação e sintáticas; a apreensão de significações envolvidas no problema; e à capacidade de inferenciar.

Interpretação, pois ao fazer as conexões desses conhecimentos já apreendidos com os significados do problema, o sujeito amplia seus conhecimentos, e torna-se capaz de reformular seus esquemas sobre a temática do problema. É na interpretação que o sujeito leitor torna-se crítico sobre o problema.

Retenção, que é a apreensão do conhecimento sobre determinados conceitos e que foi construído através de problemas relacionados. Ela possibilita aos alunos a resolução dos problemas a partir do que conseguiram apreender na leitura sem ser preciso retornar ao texto.

Portanto, um aluno capaz de resolver problemas deve possuir as habilidades descritas acima. Mas que papel tem o professor no desenvolvimento dessas habilidades em seus alunos? Bem, o professor que pretende utilizar a Resolução de Problemas em sua prática deve ser capaz de incentivar em seus alunos o exercício dessas habilidades e aptidões, ainda que ele não seja o professor da Língua Portuguesa, pois, conforme Romanatto:

Outra condição importante para o professor implantar a metodologia de resolução de problemas em suas aulas é que ele mesmo deve ser um resolvedor de problemas. Assim, antes de utilizar essa metodologia, ele deve vivenciar a resolução de problemas para experimentar etapas ou aspectos que envolvem a resolução de um problema. Por exemplo, a questão da leitura de um problema pode ser um aspecto a ser considerado no trabalho com os estudantes. Dificuldades com o vocabulário ou com o simbolismo matemático podem ser determinantes para a compreensão ou não do enunciado do problema. (2012, p.305)

3.2 Análise do resultado da Lista de Problemas da OBMEP (APÊNDICE B)

Após a aplicação do questionário aos professores, prosseguiu-se com a aplicação da lista de problemas selecionados de edições anteriores da OBMEP. Os mesmos foram informados que cada uma das 5 (cinco) questões a serem respondidas, continha material concreto auxiliar que poderia, conforme escolha dos professores, ser utilizada para facilitar a visualização e construção das questões.

Notou-se que dentre o total de professores participantes da pesquisa, 100% deles utilizou os materiais concretos respectivos nas resoluções de ao menos uma das questões, a saber, as questão de número 5. Nas demais, parte optou inicialmente por tentar a solução sem o material, tendo alguns, por fim, recorrido aos materiais para auxílio ou comprovação das suas resoluções.

Veja a seguir algumas fotos tiradas durante o processo de resolução dos professores:



Figura 1: Professora utilizando o material concreto da questão 1. Fonte: Autor (2018)

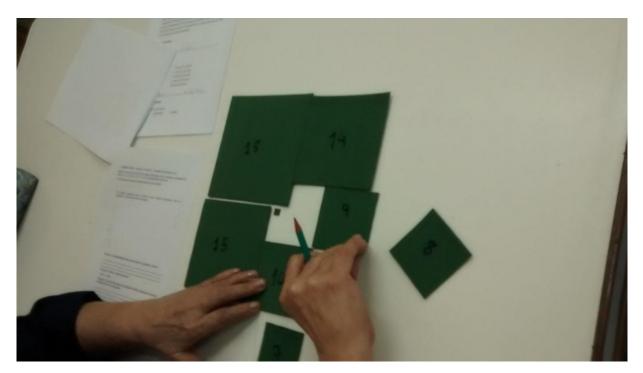


Figura 2: Professora utilizando o material concreto da questão 5. Fonte: Autor (2018)

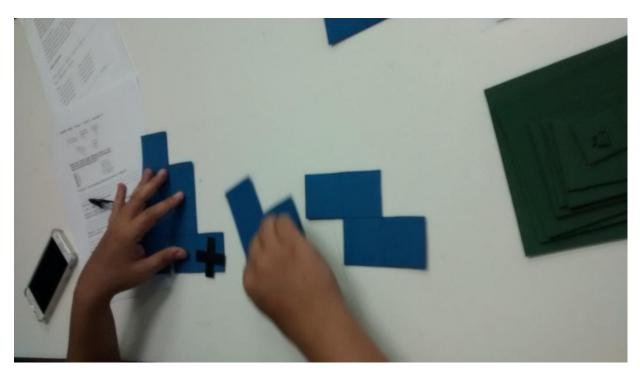


Figura 3: Professor utilizando o material concreto da questão 3. Fonte: Autor (2018)



Figura 4: Outro professor utilizando o material concreto da questão 3. Fonte: Autor (2018)



Figura 5: Outra professora utilizando o material concreto da questão 1. Fonte: Autor (2018)



Figura 6: Professor utilizando o material concreto da questão 2. Fonte: Autor (2018)

O objetivo da aplicação da lista de problemas foi primeiro, verificar a necessidade da utilização do material concreto preparado nas resoluções das questões, e em segundo lugar, analisar quais as principais estratégias por eles

utilizadas, tendo inclusive um espaço ao final de cada questão para os mesmos comentarem sobre outras possíveis estratégias que poderiam ser utilizadas.

Todas as questões envolviam conteúdos de Geometria, sejam noções de dobradura, planificações de cubos, recortes, área e combinações de figuras geométricas, que permitiram a elaboração de material concreto auxiliar que pudesse facilitar a resolução de cada problema, caso fosse por eles solicitado. Essa seleção foi feita de acordo com o que apontam o PCNEM:

[...] o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas [...] (BRASIL, 2006, p. 75).

Assim como, procurando inserir, de certa forma, os sujeitos em um ambiente favorável para a experimentação e elaboração de estratégias próprias e diferenciadas, resgatando como comenta D'Ambrósio (1996, p.98) algo que dificilmente temos presente nas escolas atualmente: "[...] o caráter experimental da matemática foi removido do ensino e isso pode ser reconhecido como um dos fatores que mais contribuíram para mau rendimento escolar".

É importante frisar que, como alguns professores utilizaram o material concreto, correspondente as questões da lista de problemas, e outros não, ao final de cada apresentação das resoluções, serão analisadas as respectivas porcentagens de acerto e erro das questões com relação ao uso ou não do material disponível.

Também é importante salientar que, uma vez que as resoluções tiveram esboços e cálculos efetuados pelos professores, elas serão apresentadas de forma completa, na íntegra, a partir de imagens das mesmas, e utilizando as mesmas denominações P1-P9 para os sujeitos.

Para esclarecimentos quanto às alternativas corretas das questões e propostas de solução verificar APÊNDICE C. São apresentadas, a seguir, as respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa com suas resoluções para cada questão:

Questão 1 – resoluções:

P1 – resolução da questão 1:

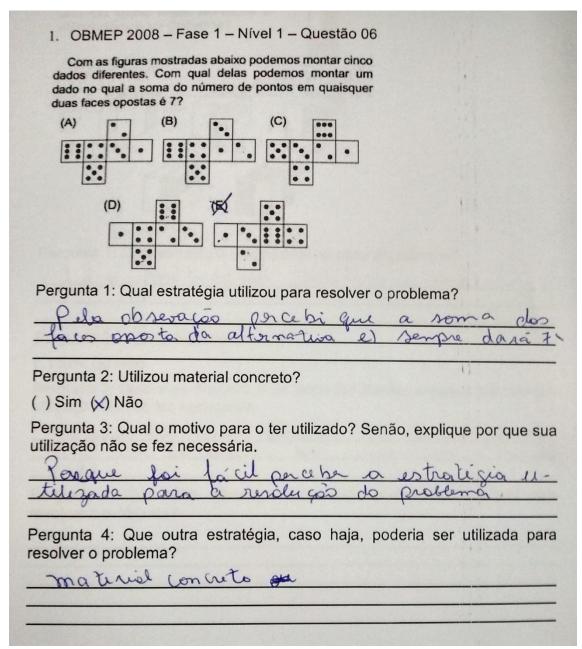


Figura 7: Resolução 1 da questão 1

• P2 – resolução da questão 1:

dado n	n as figuras mostradas abaixo podemos montar cinco diferentes. Com qual delas podemos montar um no qual a soma do número de pontos em quaisquer aces opostas é 7?	
(A)	(B) • (C) •••	
1 1		
	(D) [[] (E) [] (D)	
ergun	ta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o proble	ma?
·UTI	LIZEL AS PLANIFICACOES dos	dados
dis	poniveis.	
orgun	ta 2: Utilizou material concreto?	
	() Não	
	ta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, ex	rolique nor que sua
ilizacă	ao não se fez necessária.	
UTI	1261 Paha confirmat que stos son apim ot.	os Lasos
po.	stos Sonianim of.	
		cor utilizada para
ergunt	ta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia r o problema?	ser utilizada para
	o problema:	

Figura 8: Resolução 2 da questão 1

• P3 – resolução da questão 1:

Com as figuras mostradas abaixo podemos montar cinco dados diferentes. Com qual delas podemos montar um	
dado no qual a soma do número de pontos em quaisquer	
duas faces opostas é (2)	
(A) (B) (C) (III	
(D) : (E)	111
•••	
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o pr	ahlama0
	opiema
pana una melhon Visua	
pana una melhon Visua	
Pergunta 2: Utilizou material concreto?	
Pergunta 2: Utilizou material concreto? VSim () Não	plani frerex
Pergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão	plani frerex
Pergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão utilização não se fez necessária.	o, explique por que sua
Pergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão utilização não se fez necessária.	o, explique por que sua
	o, explique por que sua
Pergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão utilização não se fez necessária. Pana uma melhon viza estratégia, caso haja, pod	o, explique por que sua 1/21/21/21/21/21/21/21/21/21/21/21/21/21
Pergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão utilização não se fez necessária.	o, explique por que sua 1/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/2/

Figura 9: Resolução 3 da questão 1

P4 – resolução da questão 1:

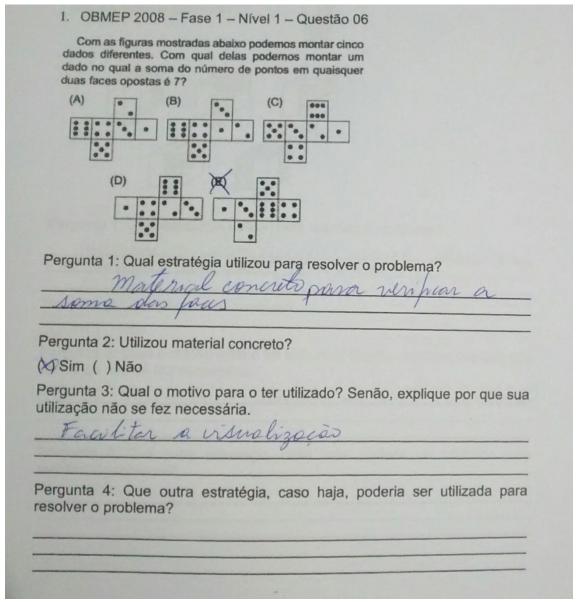


Figura 10: Resolução 4 da questão 1

• P5 – resolução da questão 1:

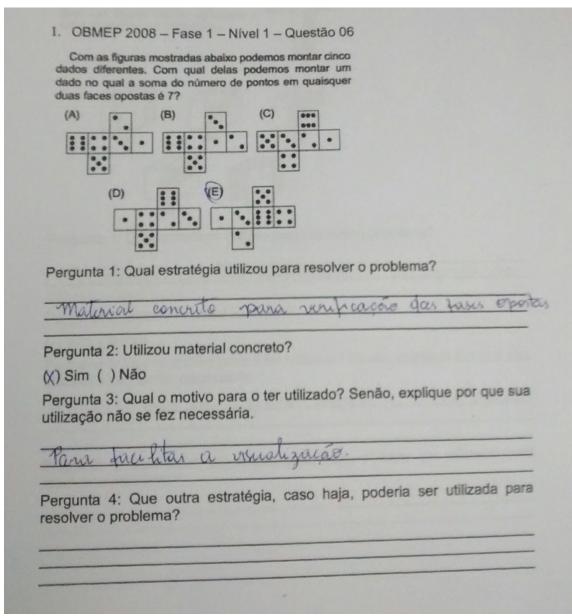


Figura 11: Resolução 5 da questão 1

• P6 – resolução da questão 1:

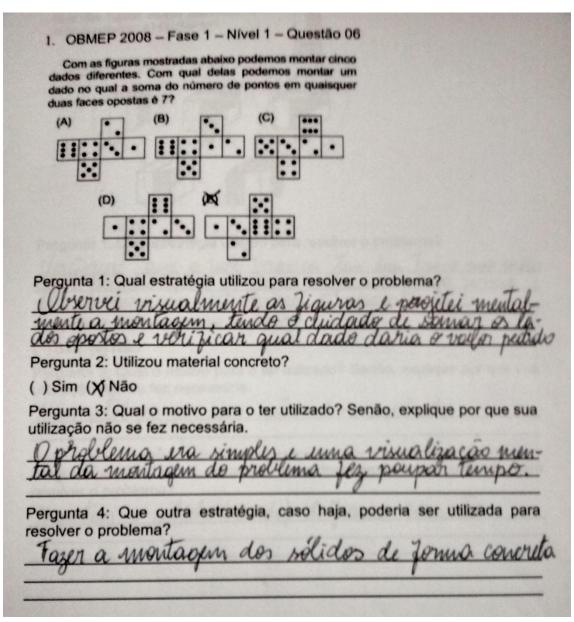


Figura 12: Resolução 6 da questão 1

• P7 – resolução da questão 1:

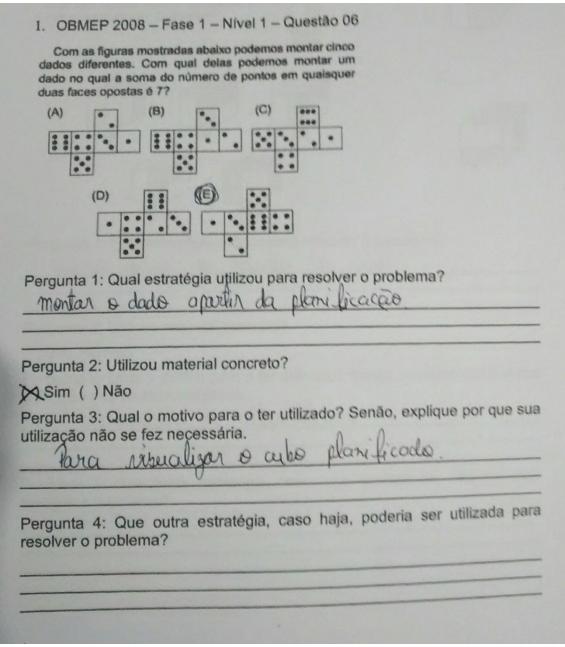


Figura 13: Resolução 7 da questão 1

P8 – resolução da questão 1:

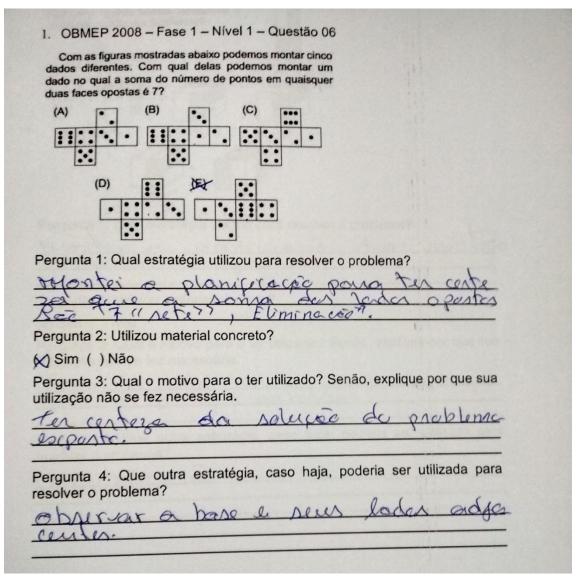


Figura 14: Resolução 8 a questão 1

• P9 – resolução da questão 1:

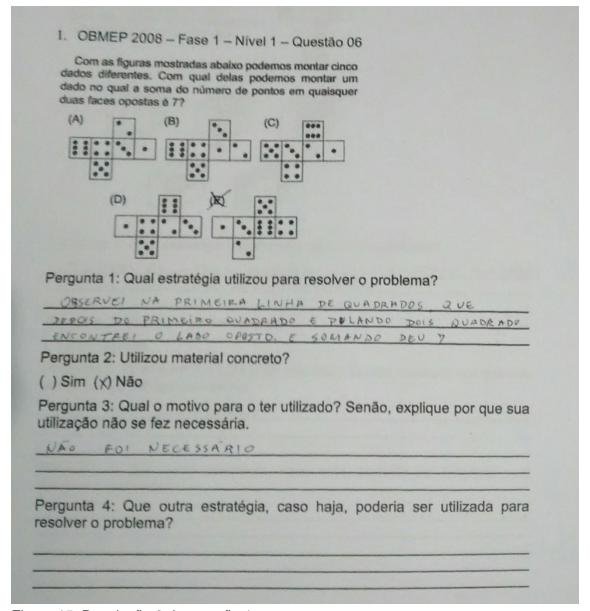


Figura 15: Resolução 9 da questão 1

Fonte: Autor (2018)

Nesta questão, parte dos professores utilizou as planificações dos dados disponíveis e parte não usou. Aqueles que as utilizaram, o fizeram com o propósito de verificar qual delas, após montada, aparecia em alguma das alternativas, enquanto outros o fizeram para verificar qual delas possuía as faces opostas somando 7.

Os que não utilizaram as planificações conseguiram observar, por experiência com questões de planificação, qual seria aquela que continha as faces opostas somando 7, uma vez que não é necessário montar para saber quem seriam as faces opostas, o que exige também certa visão espacial.

Confira a seguir as porcentagens de acertos e erros da questão 1:

Tabela 1: Acertos e erros questão 1

•				
Utilização do material concreto				
SIM		NÃO)	
6		3		
Acerto	Erro	Acerto	Erro	
83%	17%	100%	0%	

Questão 2 – resoluções:

P1 – resolução da questão 2:

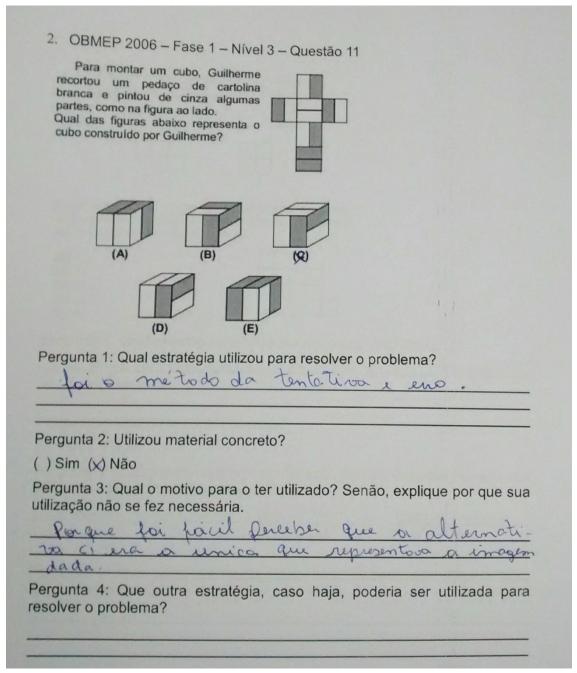


Figura 16: Resolução 1 da questão 2

• P2 – resolução da questão 2:

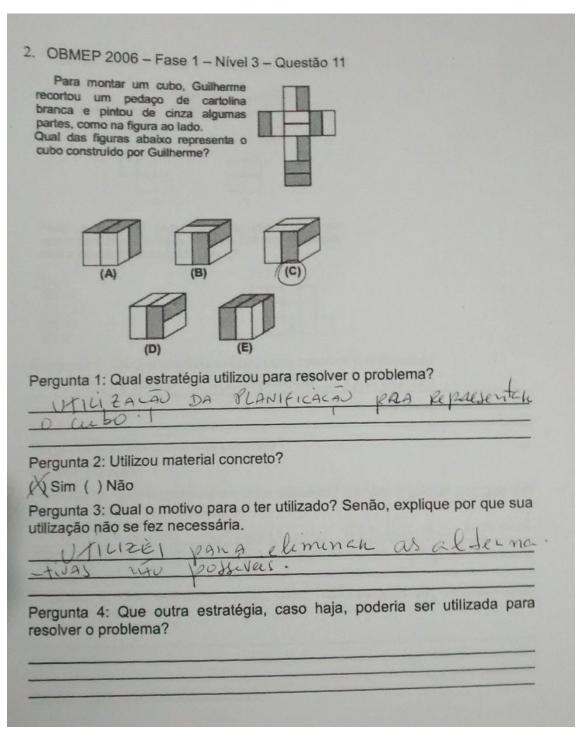


Figura 17: Resolução 2 da questão 2

• P3 – resolução da questão 2:

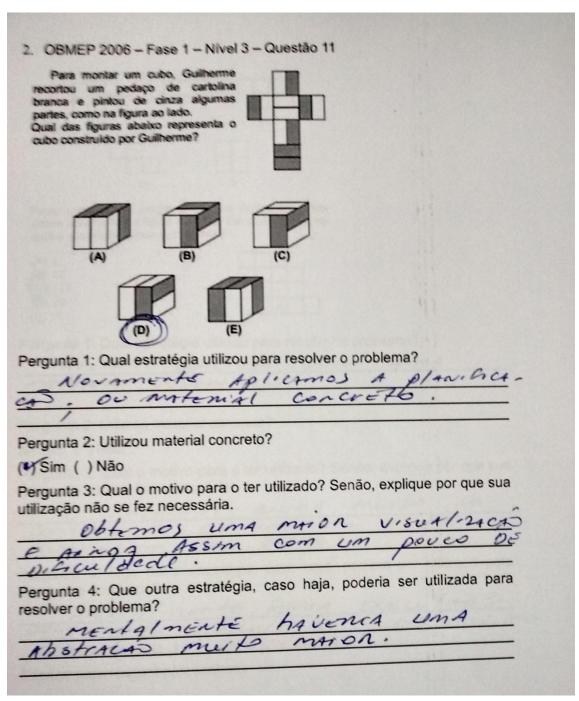


Figura 18: Resolução 3 da questão 2

• P4 – resolução da questão 2:

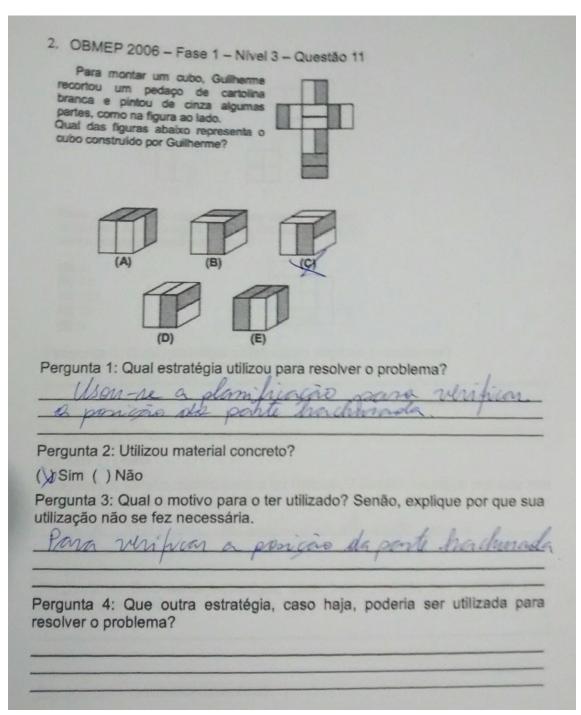


Figura 19: Resolução 4 da questão 2

• P5 – resolução da questão 2:

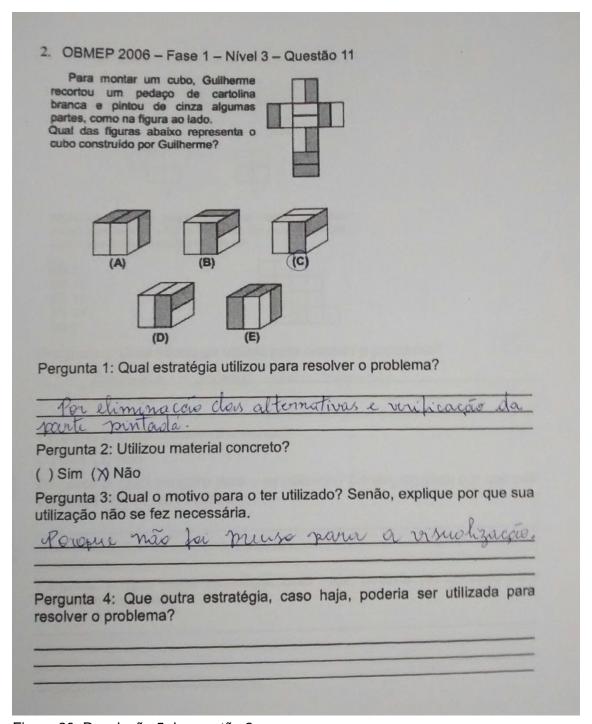


Figura 20: Resolução 5 da questão 2

• P6 – resolução da questão 2:

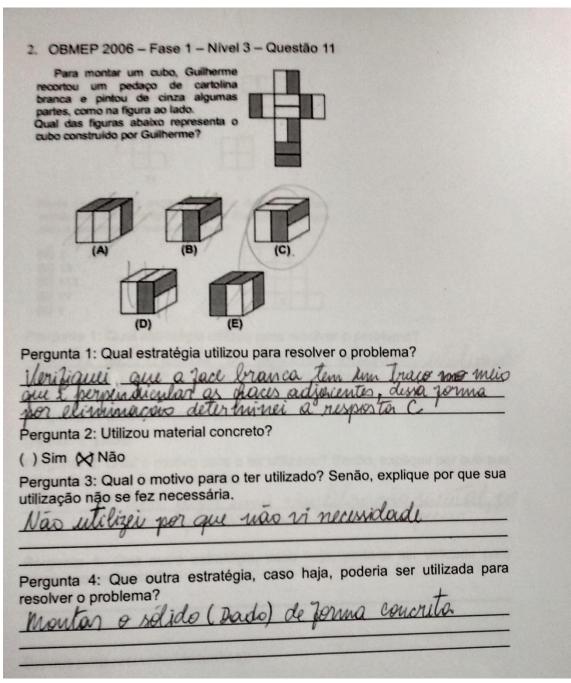


Figura 21: Resolução 6 da questão 2

• P7 – resolução da questão 2:

recortou un branca e p partes, como Qual das fig	ntar um cubo, Guill n pedaço de car intou de cinza alg na figura ao lado. uras abaixo represe ido por Guilherme?	rtolina jumas	
		tilizou para resolver o pi	
	Jtilizou material c	concreto? ra o ter utilizado? Senã	
() Sim ⋈N Pergunta 3: 0 utilização não	se fez necessái	alternativas.	

Figura 22: Resolução 7 da questão 2

• P8 – resolução da questão 2:

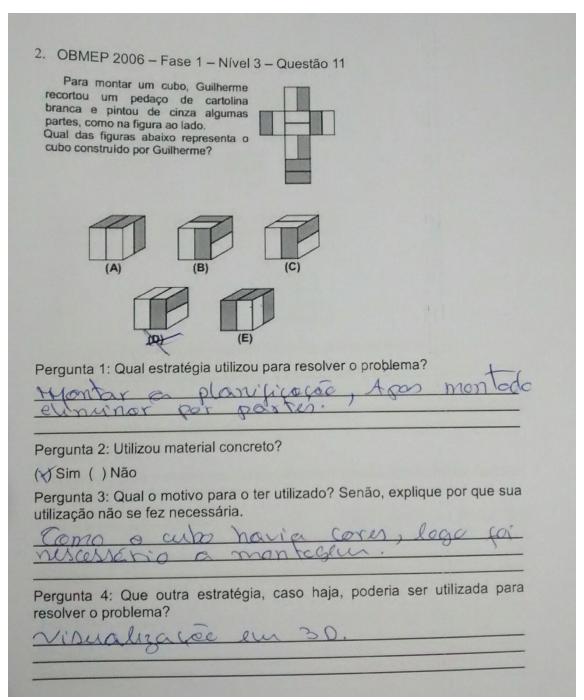


Figura 23: Resolução 8 da questão 2

• P9 – resolução da questão 2:

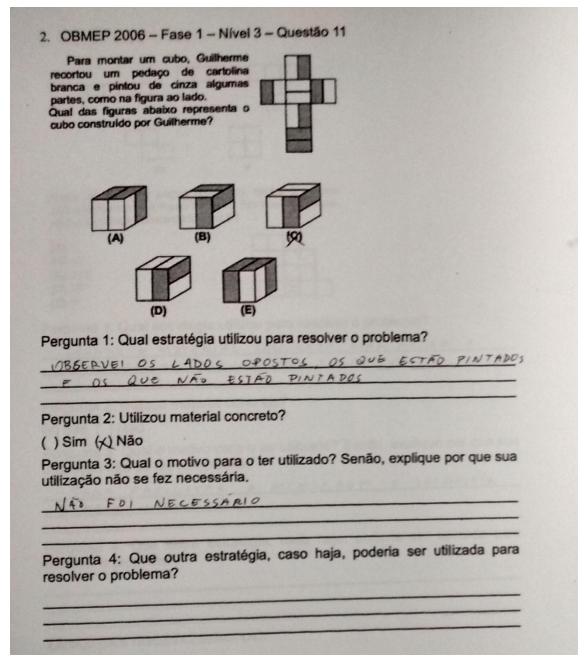


Figura 24: Resolução 9 da questão 2

Fonte: Autor (2018)

Para esta questão poucos utilizaram a planificação disponível, uma vez que ou por eliminação das alternativas ou por uma observação mais atenta de características das faces do dado em estudo se podia chegar à resposta correta, por exemplo, ao observar, sem a necessidade da montagem, que as retas das faces ficariam sempre perpendiculares umas às outras, ou mesmo, a partir de um esboço da montagem do dado, o que foi feito por um deles. Ainda assim, 50% dos que utilizaram o material cometeram erros na resposta.

Confira a seguir as porcentagens de acertos e erros da questão 2:

Tabela 2: Acertos e erros questão 2

·				
Utilização do material concreto				
SIM		NÃO		
4		5		
Acerto	Erro	Acerto	Erro	
50%	50%	80%	20%	

Questão 3 - resoluções:

P1 – resolução da questão 3:

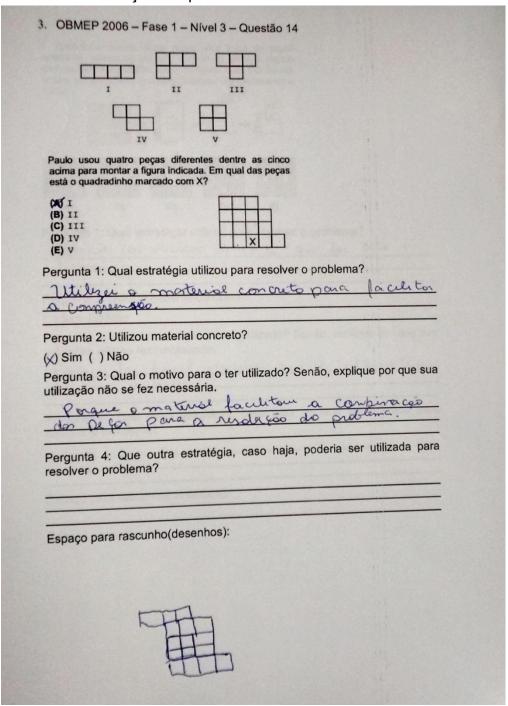


Figura 25: Resolução 1 da questão 3

• P2 – resolução da questão 3:

П	
	I II III
	IV V
acima para	quatro peças diferentes dentre as cinco montar a figura indicada. Em qual das peças radinho marcado com X?
(A)I	
(B) III	
(D) IV (E) V	l x
	: Qual estratégia utilizou para resolver o problema?
	12 acqui material concreto.
Pergunta 2	Utilizou material concreto? Não
Pergunta 2: Sim () Pergunta 3:	Utilizou material concreto? Não Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua
Pergunta 2: Sim () Pergunta 3:	Utilizou material concreto? Não Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua
Pergunta 2: Sim () Pergunta 3: utilização no percenta de percen	Utilizou material concreto? Não Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua ão se fez necessária. On he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto. Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para
Pergunta 2: Sim () Pergunta 3: utilização no percenta 4:	Utilizou material concreto? Não Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua ão se fez necessária. On he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto. Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para
Pergunta 2: Sim () Pergunta 3: utilização no percenta 4 Pergunta 4 esolver o p	Utilizou material concreto? Não Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua ão se fez necessária. On he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto con he cun catrades do material concreto. Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para

Figura 26: Resolução 2 da questão 3

P3 – resolução da questão 3:

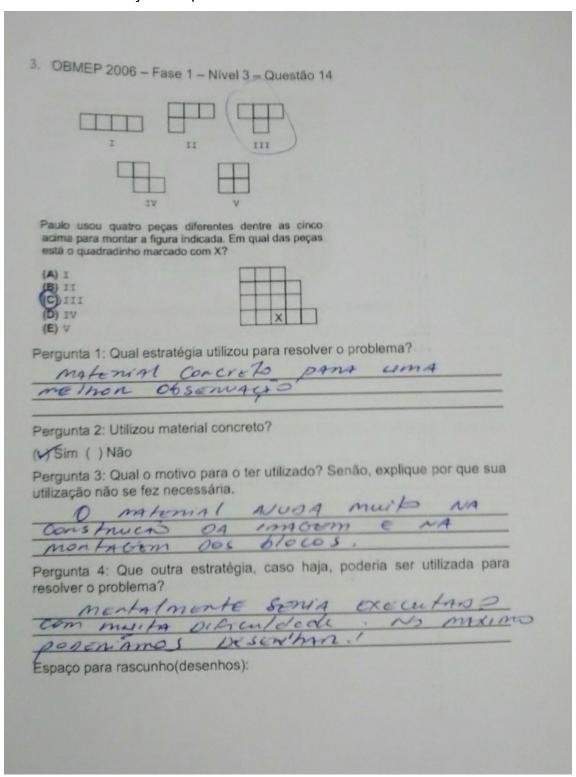


Figura 27: Resolução 3 da questão 3

• P4 – resolução da questão 3:

	т ППП
	TI III
	444
	IV V
acima para mo	uatro peças diferentes dentre as cinco ontar a figura indicada. Em qual das peças dinho marcado com X?
ted I	
(B) II (C) III	
(D) IV	HxH
Pergunta 1: Cobo	Qual estratégia utilizou para resolver o problema?
Pergunta 1: Cobo	Utilizou material concreto?
Pergunta 1: 0 Pergunta 2: U Sim () N Pergunta 3: 0 utilização pão	Utilizou material concreto? Jáo Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua o se fez necessária.
Pergunta 1: 0 Pergunta 2: U Sim () N Pergunta 3: 0 utilizacă păc	Utilizou material concreto? Jao Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua
Pergunta 1: 0 Pergunta 2: U Sim () N Pergunta 3: 0 utilização não Persona 3: 0	Utilizou material concreto? lão Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua o se fez necessária. Mujura o percens de cada para Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para
Pergunta 1: Construction of the construction o	Utilizou material concreto? lão Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua o se fez necessária. Mujura o percessária de cada para Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para

Figura 28: Resolução 4 da questão 3

• P5 – resolução da questão 3:

3. OBMEP 2006	- Fase 1 - Nível 3 - Questão 14	
2000	- Lasa 1 - MARI 2 - Consumo	
П		
9	₽ Ĥ	
Paulo usou quatro acima para montar está o quadradinho	o peças diferentes dentre as cinco a figura indicada. Em qual das peças	
(A) I (B) II (C) III (D) IV (E) V	T x	
	estratégia utilizou para resolver	o problema?
	a Cestous da hou	
	, ,	
() Sim (X) Não	ou material concreto?	
() Sim (X) Não	o motivo para o ter utilizado? Se	enão, explique por que su
() Sim () Não Pergunta 3: Qual	o motivo para o ter utilizado? Se	enão, explique por que su
() Sim (X) Não Pergunta 3: Qual utilização não se	o motivo para o ter utilizado? Se fez necessária.	
() Sim (X) Não Pergunta 3: Qual utilização não se Pergunta 4: Que	o motivo para o ter utilizado? Se fez necessária. outra estratégia, caso haja, na?	
() Sim (X) Não Pergunta 3: Qual utilização não se Pergunta 4: Que resolver o probler	o motivo para o ter utilizado? Se fez necessária. outra estratégia, caso haja, na?	
() Sim (X) Não Pergunta 3: Qual utilização não se Pergunta 4: Que resolver o probler	o motivo para o ter utilizado? Se fez necessária. outra estratégia, caso haja, na?	

Figura 29: Resolução 5 da questão 3

• P6 – resolução da questão 3:

ODMED	2000 Face 4 Missel 2 County 44
, OBMEP	2006 - Fase 1 - Nível 3 - Questão 14
_	
Ц	
	IV V
acima para i	quatro peças diferentes dentre as cinco montar a figura indicada, Em qual das peças
	radinho marcado com X?
(B) II	1
(C) III	Qual transfer out to a second of the second
(D) IV (E) V	L X L
tentativ	a e erro, até obten o resultado
Pergunta 2	: Utilizou material concreto?
XSim ()	Não
Pergunta 3	· Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua
#	Z = co for nocessaria
Ficou	di Ticil Janos uma virulalização mental, po
1101 0011	region regarian mentarmente as pegas
MNO COM	v v v v v v v v v v v v v v v v v v v
	4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para
Pergunta 4	
	orobjema :
Pergunta 4	problema :

Figura 30: Resolução 6 da questão 3

• P7 – resolução da questão 3:

Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para mortar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?	
(A) I)	
(G) III	
(D) IV	
Peças para montar a figura indica	
Pergunta 2: Utilizou material concreto? X) Sim () Não	
Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, e	
Para dura trus an pelas que não facio es possibilidades.	a parte lestanto
	ser utilizada para
Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia	r pitem T
Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia resolver o problema? An politicai y poblicidade de coloca	D WXW. I.

Figura 31: Resolução 7 da questão 3

• P8 – resolução da questão 3:

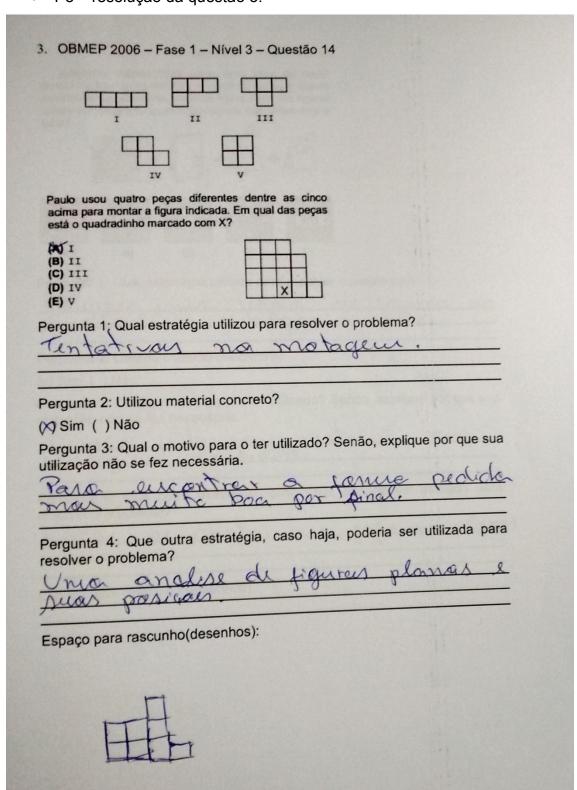


Figura 32: Resolução 8 da questão 3

P9 – resolução da questão 3:

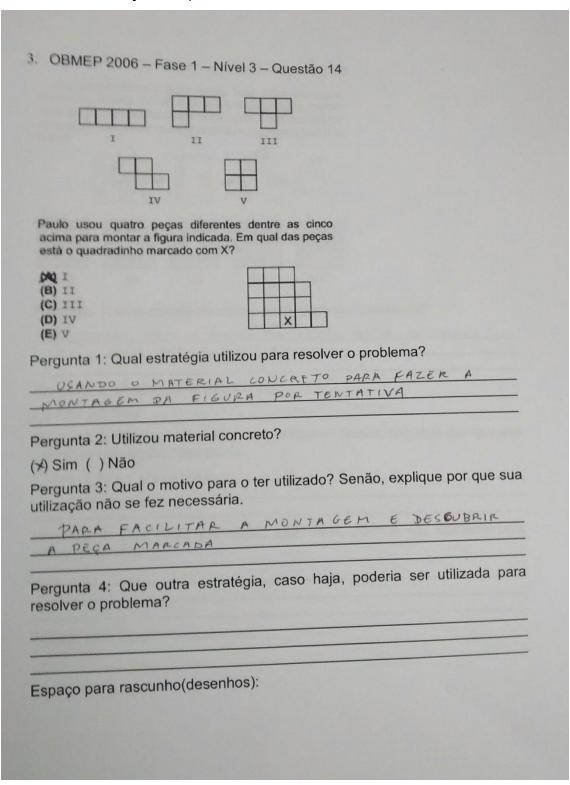


Figura 33: Resolução 9 da questão 3

Fonte: Autor (2018)

Esta foi uma das questões para a qual grande maioria (89%) dos sujeitos da pesquisa utilizou o material concreto elaborado, ou seja, as

pecinhas feitas em emborrachado, para chegar à solução. Isso porque, como um deles menciona, seria difícil fazer a suposta combinação das peças apenas mentalmente, embora alguns que utilizaram ainda assim cometeram erros.

Confira a seguir as porcentagens de acertos e erros da questão 3:

Tabela 3: Acertos e erros questão 3

Utilização do material concreto				
SIM		NÃO		
8		1		
Acerto	Erro	Acerto	Erro	
88%	12%	100%	0%	

Questão 4 – resoluções:

P1 – resolução da questão 4:

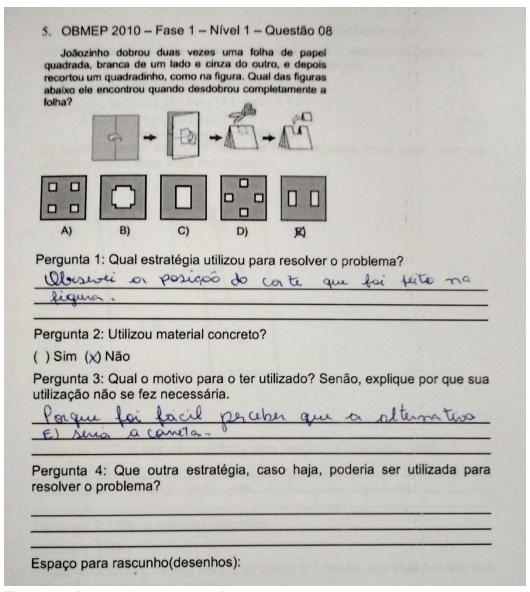


Figura 34: Resolução 1 da questão 4

• P2 – resolução da questão 4:

quadrada, i	P 2010 – Fase 1 – Nível 1 – Questão 08 ho dobrou duas vezes uma folha de papel branca de um lado e cinza do outro, e depois a quadradinho, como na figura. Qual das figuras encontrou quando desdobrou completamente a
	1-
0 0 0 0	B) C) D) (E)
Pergunta 1	: Qual estratégia utilizou para resolver o problema? LEL matchiac concheto pana confir a alterno fra conreta
Pergunta 2	: Utilizou material concreto?
Pergunta 3. utilização n	Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua ão se fez necessária.
Pergunta 4 esolver o p	: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para roblema?
engon nare	a rascunho/desembes):
spaco para	rascunho(desenhos):

Figura 35: Resolução 2 da questão 4

• P3 – resolução da questão 4:

Pergunta 2: Uti	lizou material	neré to	colver o problema	? mu'to
Pergunta 2: Uti	lizou material	neré to	Aduoou	nuito
(VSim () Não				
utilização não s	al o motivo pa se fez necessá	ara o ter utilizad	do? Senão, explic	
to for	tita	muito		1 Contre
resolver o prob	lema?		naja, poderia se	
Espaço para ra				S 0 2 1 2 1 5 1 8 1

Figura 36: Resolução 3 da questão 4 Fonte: Autor (2018)

• P4 – resolução da questão 4:

ouadrada.	nho dobrou duas vezes uma folha de papel branca de um lado e cinza do outro, e depois
abalxo ele	m quadradinho, como na figura. Qual das figures encontrou quando desdobrou completamente a
folha?	4-6-6
0 0 A)	B) 0) 0) X
Pergunta	1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema?
Rec	orte de figura em un papel.
	, ,
Pergunta	a 2: Utilizou material concreto?
Sim	() Não
Pergunta	a 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua o não se fez necessária.
Par	ra facilitar o squeme.
Pergunta resolver	a 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para o problema?
Espaço	para rascunho(desenhos):

Figura 37: Resolução 4 da questão 4

P5 – resolução da questão 4:

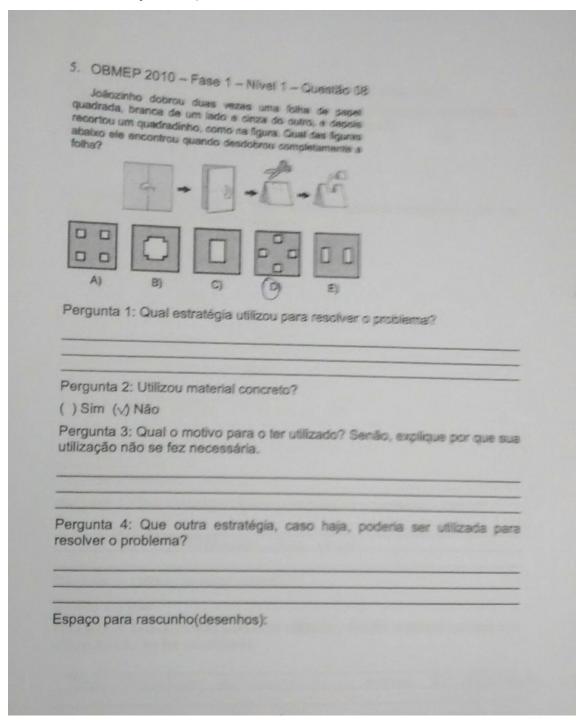


Figura 38: Resolução 5 da questão 4

• P6 – resolução da questão 4:

	EP 2010 - Fase 1 - Nível 1 - Questão 08 nho dobrou duas vezes uma folha de papel branca de um lado e circo de papel
recortou u	IM Quadradinho Garage do Outro, e depois
folha?	e encontrou quando desdobrou completamente a
	一一一一一一一一一
0 0 0 0	
	7
- 1	1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema? Alixi mentalmente a desconstrução da Jolho ser recortado a nitrogulo.
Pergunta	2: Utilizou material concreto?
() Sim (√ Não
utilização	3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua o não se fez necessária. M. M
1000	of many pour, a many might remise
	4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para o problema?
Espaço p	para rascunho(desenhos):

Figura 39: Resolução 6 da questão 4

• P7 – resolução da questão 4:

	branca de u	m lado e cinza do cio, como na figura. O uando desdobrou co	CHAI CHAIR INCHESTRA	
0 0 0 0 A)	(S)	(c) (D)	© 0	
Pergunta () Sim (2: Utilizou	stratégia utilizou p a processo fi qui as .	or mente	do sporto x
Pergunta	3: Qual o	motivo para o te ez necessária. plavo desemb		não, explique por que su
	4: Que	outra estratégia a?	, caso haja, p	oderia ser utilizada pa

Figura 40: Resolução 7 da questão 4

• P8 – resolução da questão 4:

Joãozia	EP 2010 – Fase 1 – Nível 1 – Questão 08 nho dobrou duas vezes uma folha de papel branca de um lado e cinza do outro, e depois
Lecouton n	m quadradinho, como na figura. Qual das figuras encontrou quando desdobrou completamente a
folha?	- A
	4-1-1-1
0 0	
0 0	
A)	B) C) D) E)
	1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema?
guio	she ma josma de figura no
Pergunta	2: Utilizou material concreto?
(X) Sim (
Pergunta	3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua não se fez necessária.
utilização	co seito com material, nos
cond	La destatera material, nos
	4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para
resolver o	problema?
Noce	ce de cortes em garas plana
-	
Espaço p	ara rascunho(desenhos):

Figura 41: Resolução 8 da questão 4

• P9 – resolução da questão 4:

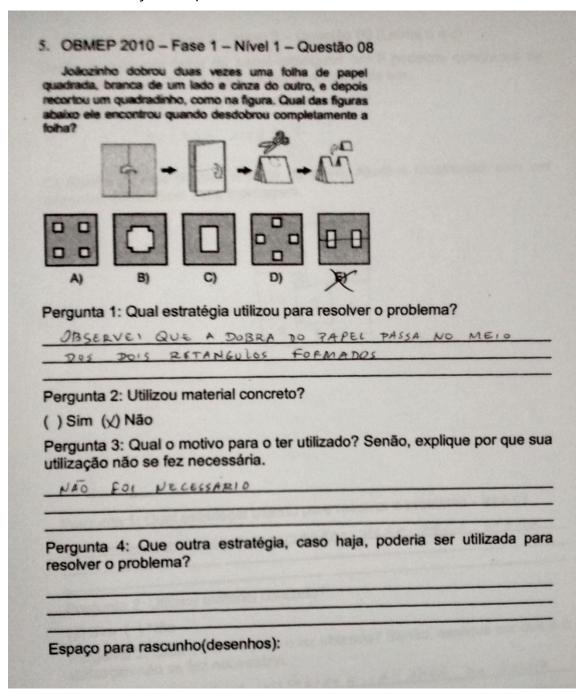


Figura 42: Resolução 9 da questão 4

Fonte: Autor (2018)

Esta foi mais um exemplo de questão em que percebemos que a experiência faz grande diferença no momento de buscar sua solução, ou seja, experiência com dobraduras e recortes levou grande parte dos professores a não utilizar o material concreto desta questão, até mesmo porque, utilizar a folha previamente dobrada e recortada, deixaria a resposta muito óbvia. Seja por meio de esboços da situação, ou por simples percepção visual das

dobraduras feitas chegou-se à solução. Confira a seguir as porcentagens de acertos e erros da questão 4:

Tabela 4: Acertos e erros questão 4

Utilizaçã	io do m	aterial con	creto
SIM		NÃC)
4	4		
Acerto	Erro	Acerto	Erro
100%	0%	80%	20%

Questão 5 - resoluções:

P1 – resolução da questão 5:

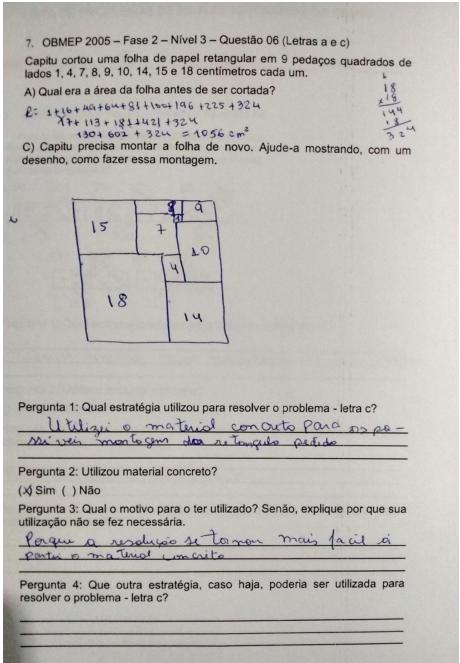


Figura 43: Resolução 1 da questão 5

• P2 – resolução da questão 5:

desenh		Airda a mostrando com	um
40001111	oitu precisa montar a folha de novo lo, como fazer essa montagem.	. Ajude-a mostrando, com	
16 49 69 810 69 69 69 69 69 69 69 69 69 69 69 69 69	18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19		14 2
Pergun	nta 1: Qual estratégia utilizou para res	solver o problema - letra c?	
_			
X) Sim	()Não	The state of the state of the state of	ue su
Pergunutilizaç		indijacas on	

Figura 44: Resolução 2 da questão 5

• P3 – resolução da questão 5:

Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com for Control Para Uma Vicinta estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	7. OBME	9 200=	
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o material concreto? Concreto problema - letra c? Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para problema - letra c?	Capitu con	2005 - Fase 2 - Nivel	3 - Questão de /I -
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o material concreto? Concreto problema - letra c? Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para problema - letra c?	lados 1, 4,	7. 8. 9 10 14 de pape	I retangular em o pode
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto? Concreto problema - letra c? Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto? Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	A) Qual era	a area da folha	centimetros cada um.
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto? Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?		terria antes (de ser cortada?
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Mafernal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (M Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o mafernal concreto? Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, podería ser utilizada para esolver o problema - letra c?		1056	cu 2
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Mafernal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (M Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o mafernal concreto? Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, podería ser utilizada para esolver o problema - letra c?	(described p	precisa montar a folha	do
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Mafernal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (M Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o mafernal concreto? Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, podería ser utilizada para esolver o problema - letra c?	desenno, co	mo fazer essa montage	em. Ajude-a mostrando, com um
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Material Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (VSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o material concreto pam uma Vizual: 24 uma problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?			
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Material Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (VSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o material concreto pam uma Vizual: 24 uma problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	1		
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Matemal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com food Centera o matemal concreto? Concreto pam uma Vizuntization problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?		10	14
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Mentanco Matemal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com toos Centers o mitemal concreto para uma Vizuni. 24 problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?		18	
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Mentanco Matemal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com toos Centers o mitemal concreto para uma Vizuni. 24 problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?			141-11
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Material Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o material concreto? Cerqunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?		-	
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Mentano Material Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o material concreto para uma Vizual. 24 que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?			1
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Mentanco Matemal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o matemia le concreto para uma Vizunt. 24 que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?		10	1
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Montano Mafernal Concreto. Pergunta 2: Utilizou material concreto? (MSim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foor Centera o mafernal Concreto pam uma Vizual zargo Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?		18	
Pergunta 2: Utilizou material concreto? (M Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto para uma Vizunti-zaria. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?			8 7
Pergunta 2: Utilizou material concreto? (M Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto para uma Vizunti-zaria. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?			
Pergunta 2: Utilizou material concreto? (M Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto para uma Vizunti-zaria. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	Pergunta 1: O	ual estratégia utilizou e	
Pergunta 2: Utilizou material concreto? (M Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto pam uma Vizunt. 24 que problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	mon	tanoo aa	hara resolver o problema - letra c?
Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto pam uma Vizunti-zara pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?		1147	entel concreto.
Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o material concreto pam uma Vizunti-zara pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?			
Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Com foot Centera o miterial concreto pam uma Vizunt. 24 que problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?)?
Com food Centera O miterial concreto pam uma Vizun/- 24 con problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?			
Com food Centera O miterial concreto pam uma Vizun/- 24 con problema. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	Pergunta 3: Qui	al o motivo para o ter	utilizado? Senão, explique por que sua
ergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	HIRESPOND NOO O	e lez necessaria.	
ergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	amenyao nao si	toos cent.	era o material
ergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para esolver o problema - letra c?	ameayao nao si	0.	
solver o problema - letra c?	ameayao nao si	stoms. u	ma vienti vino
esuation. Outra estratuoia para	Com concreto Do prop		
isutiem.	Com Croto Do prod Pergunta 4: Qu	e outra estratégia, c	
	Com Con Creto Do proper Pergunta 4: Quesolver o proble	e outra estratégia, c ema - letra c?	caso haja, poderia ser utilizada para
	Com Con Creto Do proper Pergunta 4: Quesolver o proble	e outra estratégia, c ema - letra c?	caso haja, poderia ser utilizada para

Figura 45: Resolução 3 da questão 5

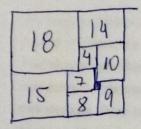
P4 – resolução da questão 5:

7	ORMER	2005 - Fase	2 - Nível	3 - Questão 06	(Letras a e c)	į
2.	CONE	2000 - 1 dag	2 - 141401	, decomme .	/ man man on a co	

Capitu cortou uma folha de papel retangular em 9 pedaços quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros cada um.

A) Qual era a área da folha antes de ser cortada?

 C) Capitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um desenho, como fazer essa montagem.



Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c?

Reças do retangulo e noções de calculo de area.

Pergunta 2: Utilizou material concreto?

(VISim () Não

Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua

utilização não se fez necessária.

Foi necessário para Salver a medida dos lados

Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para resolver o problema - letra c?

Figura 46: Resolução 4 da questão 5

 P5 – resolução da questão 5: 7. OBMEP 2005 - Fase 2 - Nível 3 - Questão 06 (Letras a e c) Capitu cortou uma folha de papel retangular em 9 pedaços quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros cada um. A) Qual era a área da folha antes de ser cortada? 1056 cm C) Capitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um desenho, como fazer essa montagem. Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Pergunta 2: Utilizou material concreto? (X) Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. forma areas

Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para

areas

Figura 47: Resolução 5 da questão 5

resolver o problema - letra c?

Somando

P6 – resolução da questão 5: 7. OBMEP 2005 - Fase 2 - Nível 3 - Questão 06 (Letras a e c) Capitu cortou uma folha de papel retangular em 9 pedaços quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros cada um. A) Qual era a área da folha antes de ser cortada? 1056 cm2 C) Capitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um desenho, como fazer essa montagem. Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Pergunta 2: Utilizou material concreto? (X) Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para

Figura 48: Resolução 6-1 da questão 5

resolver o problema - letra c?

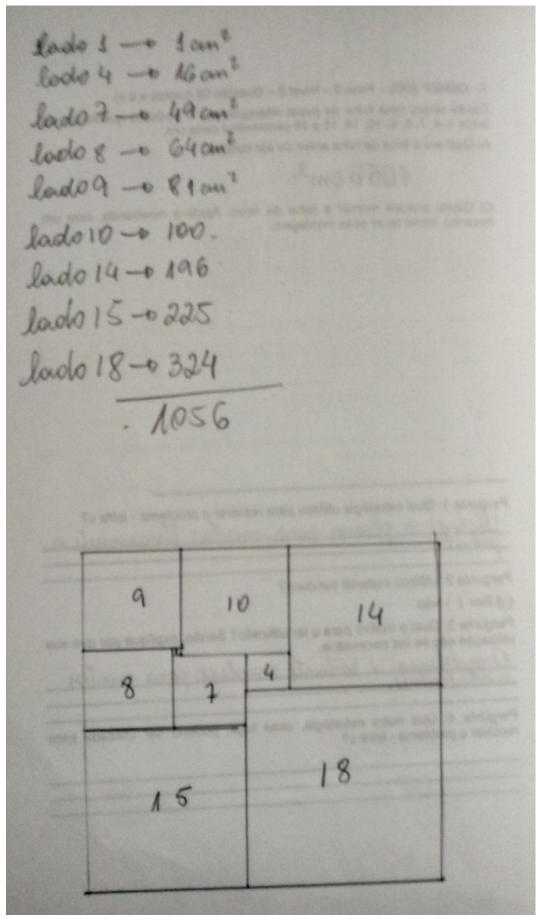


Figura 49: Resolução 6-2 da questão 5

• P7 – resolução da questão 5:

	al era a área da folha antes de ser cortada?
	A=33x32 = 1056 cm
C) Ca desen	apitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um
	9 8 15
	10 7
	4
	14 18
Pergur	nta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c?
Pergur	nta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c? Jazer a mentagem com as peças disponisais.
Pergun	Joseph a mentagem com as pecas disponisais. ta 2: Utilizou material concreto?
Pergur (XSim	Ingra mentagem com as pecas d'aponinais, ita 2: Utilizou material concreto? (1) Não Ita 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sus
Pergur (XSim	Jager a mentagem com as peras disponisais. Ita 2: Utilizou material concreto? () Não

Figura 50: Resolução 7 da questão 5

• P8 – resolução da questão 5:

	BMEP 2005 – Fase 2 – Nível 3 – Questão 06 (Letras a e c) u cortou uma folha de papel retangular em 9 pedaços quadrados de 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros cada um.
C) Ca	Apitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um ho, como fazer essa montagem.
	14 10 9
	18 7 8
	13
Pergunta	1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c?
Pergunta	2: Utilizou material concreto?
(X) Sim (Pergunta utilização	3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que su não se fez necessária.
Unit	todas as figuras.
Pergunta resolver o	4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para problema - letra c?
~	momento desconhaco.

Figura 51: Resolução 8 da questão 5

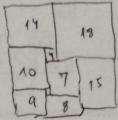
• P9 – resolução da questão 5:

7. OBMEP 2005 – Fase 2 – Nível 3 – Questão 06 (Letras a e c)
Capitu cortou uma folha de papel retangular em 9 pedaços quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros cada um.

A) Qual era a área da folha antes de ser cortada?

32 × 33 = 1056 cm²

C) Capitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um desenho, como fazer essa montagem.



Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c?

Pergunta 2: Utilizou material concreto?

(**) Sim () Não

Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária.

**PAS CONSEGUIA VISUALIZAR A ÁREA DA FOLHIM

Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para resolver o problema - letra c?

Figura 52: Resolução 9 da questão 5

Nesta última questão, 100% dos professores utilizou o material concreto disponível, ou seja, os quadrados feitos em emborrachado para chegar à solução da montagem pedida no item (c) da questão. Alguns deles chegaram a fazer a montagem com as peças antes mesmo de responder ao item (a).

Pois conforme dito por um deles: "não tem como calcular a área da folha sem montar o retângulo inicialmente". Contudo grande parte percebeu que bastava calcular a área de cada um dos quadradinhos e somá-las para saber qual a área da folha pedida no primeiro item. Confira a seguir a porcentagem de acertos dessa questão:

Tabela 5: Acertos e erros questão 5

Utilização do material concreto			
SIM		NÃO	
9		0	
Acerto	Erro	Acerto	Erro
100%	0%	0%	0%

Pôde-se observar, com a aplicação da lista de problemas, que aqueles professores cuja vivência com preparo de alunos para olimpíadas de matemática, como a própria OBMEP, bem como aqueles cuja experiência em resolução de problemas era maior, solucionaram com mais interesse as questões propostas, bem como tiveram o tempo de resolução mais curto. Mostrando assim que, ocorreu com eles assim como acontece com os alunos:

"O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. [...] Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e seu conformismo." (DANTE, 2009, p. 21)

Percebemos ainda que os materiais concretos utilizados de forma integrada para solucionar determinadas questões foram muito úteis e facilitaram em muito as resoluções. Ou seja, percebemos que:

O manuseio de materiais concretos, por um lado, permite aos alunos experiências físicas à medida que este tem contado direto com os materiais, ora realizando medições, ora descrevendo, ou comparando com outros de mesma natureza. Por outro lado permiti-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas. (SARMENTO, 2010, p.3)

Já com relação a outras estratégias de resolução, notou-se que a maioria dos sujeitos não chegou a pensar em outras formas de resolução. Contudo, sabemos que um bom problema é aquele que conforme Silva e Siqueira Filho (2011, p. 33): "é rico quando permite ser resolvido por diferentes estratégias". E sobre isso também menciona Dante (2005, p. 59) que a Resolução de Problemas:

[...] não deve se constituir em experiências repetitivas, através da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias. O interessante é resolver diferentes problemas com as mesmas estratégias e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura dos alunos diante de um problema novo.

Portanto, avanços ainda não necessários na aplicação coerente da metodologia de Resolução de Problemas, bem como para que ocorram mudanças que os professores de Matemática ainda carregam com relação ao uso de material concreto nas séries mais avançadas do ensino fundamental e médio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

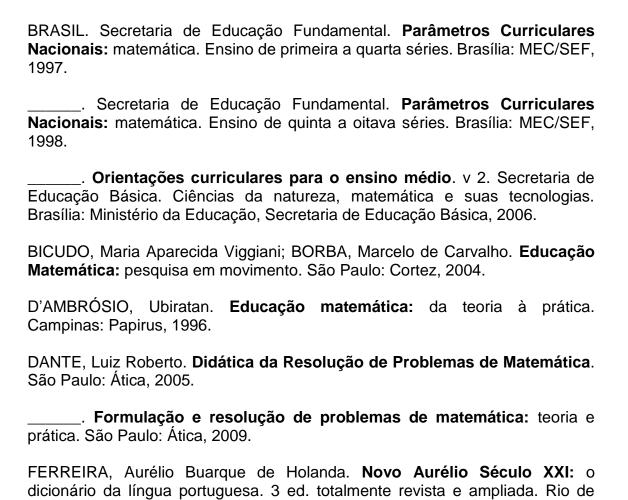
Ao fim dessa pesquisa, concluímos que ela tenha permitido apresentar por um lado, fatos sobre a vivência que os professores, sujeitos da pesquisa, tiveram durante suas formações iniciais ou têm em suas práticas didáticas no cotidiano escolar com a metodologia de ensino-aprendizagem de Resolução de Problemas, e por outro lado analisar se, em sentido prático, a integração do uso de material manipulativo poderia auxiliar na aplicação dessa metodologia.

Por meio deste trabalho, se pôde observar que grande parte dos mesmos já teve contato com esta metodologia de ensino, seja por meio de sua graduação, no caso dos recém-formados, seja por meio de capacitações ou envolvimento com olimpíadas de matemática. Contudo, a maioria, talvez por reflexo de sua formação inicial, não conseguiu compreender de forma concreta o processo correto de aplicação da Resolução de Problemas em sala de aula, qual seja partir do problema e através dele construir junto ao aluno, ativo no processo e coautor de seu conhecimento, as necessárias definições e conceitos do conteúdo a ser abordado.

Verificou-se que grande maioria dos professores fez uso dos materiais manipulativos disponíveis, demonstrando assim que o uso integrado de material concreto auxilia e facilita a resolução de situações-problema, principalmente, de Geometria, cuja importância de observar, de forma concreta, seus entes possibilita o desenvolvimento de uma visão espacial e abstrata muito mais ampla, permitindo ainda que a experiência no trato com esses materiais, otimize o tempo de solução de problemas similares com os quais o aluno possa se deparar em outras oportunidades.

Esta pesquisa também busca abrir caminho para outras investigações, seja no estudo de eventuais mudanças na formação de professores de matemática, seja na análise da importância de ensinar através da Resolução de Problemas por meio da busca de estratégias diversificadas e inovadoras as quais surgem, comumente, de forma inesperada na resolução de um problema.

REFERÊNCIAS



GERHARDT, Tatiana Engel e SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso

em: 26 de março de 2018.

Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. RAE-**Revista de Administração de Empresas**, [S.I.], v. 35, n. 3, p. 20-29, mai. 1995. ISSN 2178-938X.Disponível em:

http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rae/article/view/38200. Acesso em: 26 de março de 2018.

MARCONI, Marina de Andrade e LAKATOS, Eva Maria. Fundamentos de metodologia científica. 5. ed. São Paulo: Atlas 2003.

MINGUET, Pilar Aznar. **A construção do conhecimento na educação**. [trad. Juan Acuña Llorens]. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. São Paulo: Unesp, 1999.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/72994>. Acesso em: 17 de março de 2018.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos. A influência da leitura na Resolução de Problemas: questões de sentidos, significados, interesses e motivações. REMATEC — **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, ano 11, n. 21, p. 24-46, 2016. ISSN 1980-3141. Disponível em: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/58/32>. Acesso em: 24 de setembro de 2018.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. [trad. Heitor Lisboa de Araújo]. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. Tradução de: How to solve it: a new aspect of mathematical method.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, 2012. ISSN 1982-7199. Disponível em: http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413/178. Acesso em: 24 de setembro de 2018.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho. **A Utilização dos Materiais Manipulativos nas aulas de Matemática**. Teresina: UFPI, 2010. Disponível em:http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf. Acesso em 24 de setembro de 2018.

SILVA, Circe Mary da Silva; SIQUEIRA FILHO, Moysés Gonçalves. **Matemática:** Resolução de Problemas. Brasília: Líber Livro, 2011.

APÊNDICE A QUESTIONÁRIO AO PROFESSOR

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS ESCOLA NORMAL SUPERIOR LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Orientador: Prof° Msc. José de Alcantâra Filho

Coorientadora: Profa Msc. Helisângela Ramos da Costa

Aluno: Filipe do Nascimento Fortes

Prezado(a) professor(a),

Nosso trabalho se propõe a fazer uma investigação sobre a aplicação da metodologia de Resolução de Problemas com o uso de material manipulativo nas aulas de Matemática, bem como sobre sua relação e vivência com a citada metodologia. Para isto, pedimos sua colaboração em nossa pesquisa por meio do preenchimento do questionário abaixo.

DADOS PESSOAIS

Nome:		
Sexo: () Masculino () Fen	ninino	
Idade:		
() menor de 20 anos	() entre 21 e 25 anos	
() entre 26 e 30 anos	() entre 31 e 35 anos	
() entre 36 e 40 anos	() entre 41 e 45 anos	
() entre 46 e 50 anos	() entre 51 e 55 anos	
() entre 56 e 60 anos	() mais de 60 anos	
Natural de:	UF:	
DADOS PROFISSIONAIS		
Trabalha em que rede de er	nsino:	
() Municipal () Esta	idual () Ambas	

Escola em que	trabalha:		
Grau de escola			/ \ -
		rfeiçoamento	() Especialização
() Mestrado	() Dou	torado	
Ano de conclus	ão da gradu	ação:	
Tempo de serv	iço nas rede	es públicas de ensir	no (incluindo todos anos desde o
primeiro contrat	to ou concur	so como docente a	té o momento):
() menos de 3	anos	() entre 4 e 6	3 anos
() entre 7 e 10	anos	() entre 11 e	15 anos
() entre 16 e 2	0 anos	() mais de 2	0 anos
RESOLUÇÃO I	DE PROBLE	EMAS	
1- Como o(a) si	r(a) definiria	a metodologia de F	Resolução de Problemas?
	ua graduaç	ão, por meio de es	ogia? (A partir de determinada specialização, envolvimento com
3 – Quais das frequência?	tendências d	de ensino listadas a	abaixo o(a) sr(a) utiliza com mais
() Etnomatema () História da M () Jogos didáti () Uso de Mate () Modelagem () Resolução de Tecr	Matemática cos erial concreto Matemática de Problema		micação (TICs)

4 – Se o(a) sr(a) assinalou Resolução de Problemas, com que frequência a utiliza em sala de aula? E de que forma?
5 – Se o(a) sr(a) não assinalou Resolução de Problemas, ou mesmo se assinalou, comente quais as principais dificuldades enfrentadas para sua utilização em sala de aula:
6 – O(a) sr(a) pensa ser necessário o uso de alguma ferramenta auxiliar que facilite a visualização e resolução de problemas de Geometria por seus alunos Qual? (softwares de geometria dinâmica, material concreto, planificações construção, etc.)
7 – Seus alunos participam de olimpíadas de Matemática? Qual? () Sim :
8 - O(a) sr(a) avalia como adequado o nível das questões e problemas propostos para seus alunos? () Sim
9 – Quais principais motivos o(a) sr(a) avalia como causas das dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução de uma questão-problema?
10 – Caso queira mencionar ou propor sugestões ou considerações:

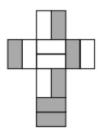
APÊNDICE B LISTA DE PROBLEMAS DE PROVAS ANTERIORES DA OBMEP

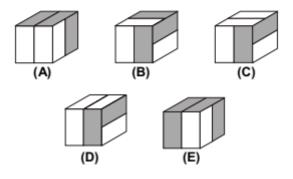
OBMEP 2008 – Fase 1 – Nível 1 – Questão 06 Com as figuras mostradas abaixo podemos montar cinco ados diferentes. Com qual delas podemos montar um ado no qual a soma do número de pontos em quaisquer uas faces opostas é 7? (A) (B) (C) (C) (C) (C) (C) (C) (C) (C) (C) (C	A://
Com as figuras mostradas abaixo podemos montar cinco ados diferentes. Com qual delas podemos montar um ado no qual a soma do número de pontos em quaisquer uas faces opostas é 7? (A) (B) (C) (C) (D) (E) (E) (C) (E) (E) (C) (E) (E	
ados diferentes. Com qual delas podemos montar um ado no qual a soma do número de pontos em quaisquer uas faces opostas é 7? (A) (B) (C) (C) (C) (E) (E) (E) (E) (E) (E) (E) (E) (E) (E	
ergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema? ergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não ergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique pelização não se fez necessária.	
ergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema? ergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não ergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique p lização não se fez necessária.	
ergunta 2: Utilizou material concreto? Sim () Não ergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique p lização não se fez necessária. ergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utili	
ergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique p lização não se fez necessária.	
ergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique p lização não se fez necessária.	
lização não se fez necessária. ergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utili	
	or que su
	izada paı

2. OBMEP 2006 - Fase 1 - Nível 3 - Questão 11

Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado.

Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?





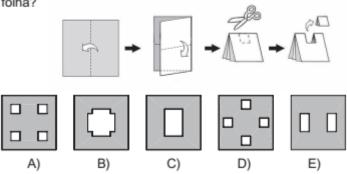
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema?

Pergunta 2: Utilizou material concreto? () Sim () Não	
Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique p utilização não se fez necessária.	or que su
Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utili resolver o problema?	zada par
() Sim () Não Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique p utilização não se fez necessária. Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utili	

3. OBMEP 2006 – Fase 1 – Nível 3 – Questão 14
I II III
IV V
Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para montar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?
(A) I (B) II (C) III (D) IV (E) V
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema?
Pergunta 2: Utilizou material concreto?
() Sim () Não
Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária.
Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para resolver o problema?
Espaço para rascunho(desenhos):

OBMEP 2010 – Fase 1 – Nível 1 – Questão 08

Joãozinho dobrou duas vezes uma folha de papel quadrada, branca de um lado e cinza do outro, e depois recortou um quadradinho, como na figura. Qual das figuras abaixo ele encontrou quando desdobrou completamente a folha?



Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema?

Pergunta 2: Utilizou material concreto?

() Sim () Não

Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária.

Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para resolver o problema?

Espaço para rascunho(desenhos):

5. OBMEP 2005 – Fase 2 – Nível 3 – Questão 06 (Letras a e c)
Capitu cortou uma folha de papel retangular em 9 pedaços quadrados de lados 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 e 18 centímetros cada um.
A) Qual era a área da folha antes de ser cortada?
C) Capitu precisa montar a folha de novo. Ajude-a mostrando, com um desenho, como fazer essa montagem.
Pergunta 1: Qual estratégia utilizou para resolver o problema - letra c?
Pergunta 2: Utilizou material concreto?
() Sim () Não
Pergunta 3: Qual o motivo para o ter utilizado? Senão, explique por que sua utilização não se fez necessária.
Pergunta 4: Que outra estratégia, caso haja, poderia ser utilizada para resolver o problema - letra c?

APÊNDICE C

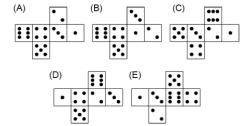
PROPOSTAS DE SOLUÇÃO DAS QUESTÕES DA LISTA DE PROBLEMAS

Questão 1:

Ao montar o cubo, o quadrado superior e o quadrado inferior ficam em faces opostas, o que nos deixa apenas as alternativas (A) e (E) para considerar. Observando que dos quatro quadrados em linha o primeiro e o terceiro a

contar da esquerda (ou da direita) também ficarão em faces opostas, ficamos somente com a alternativa (E).

Outra solução: Dentre as 4 faces alinhadas, as que são faces opostas no cubo são as que aparecem intercaladas, ou seja a 1ª e 3ª, e a 2ª e 4ª. Apenas na opção (E) a soma dos pontos nesses pares de faces é 7 (note que se a soma dos pontos em dois pares de faces opostas é 7 então a soma dos pontos no par restante também é 7).

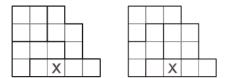


Questão 2:

Ao montar o cubo, a face branca e a face cinza ficam opostas; logo as alternativas (A) e (B) estão excluídas. As alternativas (D) e (E) estão excluídas pois no cubo não podem aparecer um retângulo branco e outro cinza com um lado menor em comum.

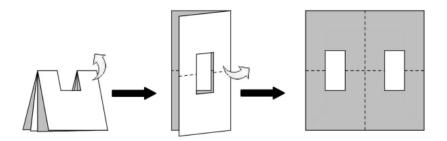
Questão 3:

Por tentativa e erro vemos que há apenas duas maneiras de cobrir a figura com quatro peças, conforme mostrado abaixo. Em ambas, a casa com o X é coberta pela peça I.



Questão 4:

A figura mostra o que acontece ao desdobrar o papel.

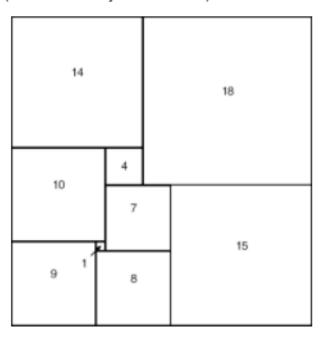


Questão 5:

A) A área da folha era igual a soma das áreas dos nove quadrados, que é

$$1^2 + 4^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 14^2 + 15^2 + 18^2 = 1056$$
 cm²

B) A única possibilidade (a menos de rotações e simetrias) é mostrada abaixo:



Fonte: www.obmep.org.br/provas.htm