

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

ESCOLA NORMAL SUPERIOR

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Keyla Ferreira de Souza

**A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO PARA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU
NO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

MANAUS, 2018

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

ESCOLA NORMAL SUPERIOR

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO PARA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU
NO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

Keyla Ferreira de Souza

Trabalho de Conclusão do Curso elaborado junto à disciplina TCC II do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Amazonas para a obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.^a MSc. Helisângela Ramos da Costa

/

MANAUS, 2018

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ata de Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Escola Normal Superior-UEA de **KEYLA FERREIRA DE SOUZA**.

Aos 23 dias do mês de novembro de 2018, às 39:30 horas, em sessão pública na Sala Odaléa Frazão da Escola Normal Superior na presença da Banca Examinadora presidida pela professora da disciplina de Trabalho de Conclusão do Curso Helisângela Ramos da Costa e composta pelos examinadores: Me. HELISANGELA RAMOS DA COSTA, Me. JOSE ALCANTARA FILHO e DRA. NADIME MUSTAFA a aluna **KEYLA FERREIRA DE SOUZA** apresentou o Trabalho: "A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO PARA RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO." como requisito curricular indispensável para a integralização do Curso de Licenciatura em Matemática. Após reunião em sessão reservada, a Banca Examinadora deliberou e decidiu pela APROVAÇÃO do referido trabalho, com o conceito 4,3 à monografia divulgando o resultado formalmente ao aluno e demais presentes e eu, na qualidade de Presidente da Banca, lavrei a presente ata assinada por mim, pelos demais examinadores e pelo aluno.

Helisângela Ramos da Costa

Presidente da Banca Examinadora

Helisângela Ramos da Costa

Orientador (a)

João de Alcântara Filho

Avaliador 1

Nadime Mustafa

Avaliador 2

Keyla Ferreira de Souza

Aluno

(Fazer em duas vias, uma deve ser digitalizada para ser anexada ao TCC entregue em CD e outra deve ser entregue na Sec. Coordenação do Curso)

DEDICATÓRIA

A Deus e minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus e minha família pelo apoio em todos os momentos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Material concreto para aulas de razão e proporção.....	35
Figura 2 - Material concreto para aulas de razão e proporção para volumes	35
Figura 3 - Jogo Didático para aulas de razão e proporção	37
Figura 4 - Aula expositiva de equações do 2º grau ministradas no 1º ano 2.....	43
Figura 5 - Material concreto utilizado para explicar medida de área do retângulo .	45
Figura 6 - Alunos construindo sequências de triângulos formados por palitos	47
Figura 7 - Material concreto representando o terreno retangular	49
Figura 8 - Material concreto representando o terreno triangular.....	50
Figura 9 - Os alunos nos grupos fazendo os cálculos dos problemas.....	56
Figura 10 - Chocolates do brinde do jogo didático	56
Figura 11 - Os alunos discordando da resposta dada por outro grupo	57
Figura 12 - Os alunos utilizando palitos para responderem sobre sequências	57
Figura 13 - Os alunos atentos a carta surpresa sorteada do jogo.....	58
Figura 14 - Avaliação Diagnóstica nº 1	84
Figura 15 - Avaliação Diagnóstica nº 2	85
Figura 16 - Avaliação Diagnóstica nº 3	86
Figura 17 - Avaliação Diagnóstica nº 4	87
Figura 18 - Avaliação Diagnóstica nº 5	88
Figura 19 - Exemplos de coeficientes da equação do 2º grau	90
Figura 20 - Exemplos sobre a fórmula geral de resolução de equação do 2º grau	91
Figura 21 - Método da Soma e Produto de raízes de equação do 2º grau	92
Figura 22 - Material concreto. Quadro de telas	97
Figura 23 - Material Concreto. Palitos de dentes	98
Figura 24 - Material concreto de palitos representando triângulos.....	98
Figura 25 - Material concreto. Figuras geométricas.....	98
Figura 26 - Tabuleiro utilizado no jogo Perfil de equações do 2º grau	102
Figura 27 - Placas do jogo didático.....	103
Figura 28 - Objeto de identificação das equipes no jogo	103
Figura 29 - Avaliação de Aprendizagem nº 1	111
Figura 30 - Avaliação de Aprendizagem nº 1 (continuação).....	112
Figura 31- Avaliação de Aprendizagem nº 2	113
Figura 32 - Avaliação de Aprendizagem nº 2 (continuação).....	114
Figura 33 - Avaliação de Aprendizagem nº 3	115
Figura 34- Avaliação de Aprendizagem nº 3 (continuação).....	116
Figura 35 - Avaliação de Aprendizagem nº 4	117
Figura 36 - Avaliação de Aprendizagem nº 4 (continuação).....	118
Figura 37 - Avaliação de Aprendizagem nº 5	119
Figura 38 - Avaliação de Aprendizagem nº 5 (continuação).....	120
Figura 39 - Questionário de Atividade nº 1	123
Figura 40 - Questionário de Atividade nº 2	124
Figura 41 - Questionário de Atividade nº 3	125
Figura 42 - Questionário de Atividade nº 4	126
Figura 43 - Questionário de Atividade nº 5	127

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Situação-problema da Avaliação Diagnóstica	39
Gráfico 2 - Interesse do aluno pela disciplina de Matemática	63
Gráfico 3 - A utilização de material concreto/jogo didático durante a pesquisa	64
Gráfico 4 - As dificuldades encontradas no estudo de equações do 2º grau	66
Gráfico 5 - A opinião dos alunos quanto a utilização de material concreto ou jogo didático no estudo de equações do 2º grau	67
Gráfico 6 - A opinião dos alunos sobre o nível dos problemas contextualizados propostos na pesquisa	69
Gráfico 7 - A aplicação de equações do 2º grau no cotidiano.....	70
Gráfico 8 - As situações do cotidiano que se aplica equações do 2º grau.....	71
Gráfico 9 - Nível de satisfação com as atividades realizadas pelos alunos.....	73

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1. FUNDAMENTAÇÃO TEORICA	12
1.1. Breve histórico sobre equações do 2º grau	12
1.2. A tendência metodológica de resolução de problemas e material concreto/jogo no estudo de equações do 2º grau	14
2. METODOLOGIA DA PESQUISA	29
2.1. Abordagem da pesquisa	29
2.2. Sujeitos da pesquisa	30
2.3. Instrumentos de coleta de dados	30
2.4. Análise e interpretação dos dados coletados	30
3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	31
3.1. Descrição das aulas antes da pesquisa	31
3.2. Descrição e aplicação das atividades durante a pesquisa	38
3.2.1. Análise dos resultados da Avaliação Diagnóstica	38
3.2.2. Descrição das aulas	40
3.2.3. Aplicação da Avaliação de Aprendizagem aos alunos	59
3.2.4. Análise dos resultados da Avaliação de Aprendizagem	61
3.2.5. Análise dos resultados do Questionário para avaliar contribuição da metodologia aplicada	63
CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
REFERÊNCIAS	76
APÊNDICE A.1- Plano de Aula nº 1	81
APÊNDICE A - Avaliação Diagnóstica de Aprendizagem	82

APÊNDICE A.1.1 - Cópias das Avaliações Diagnóstica de Aprendizagem respondidas pelos alunos	83
APÊNDICE A.2 - Plano de Aula nº 2	89
ANEXO A.2 - Material de apoio a aula nº 2	90
APÊNDICE A.3 - Plano de Aula nº 3	93
APÊNDICE B - Problemas Contextualizados aplicados nas atividades com material concreto e jogo	95
APÊNDICE C - Material de apoio a aula nº 3, 4 e 5	97
Materiais concretos utilizados na pesquisa	
APÊNDICE A.4 - Plano de Aula nº 5	99
APÊNDICE D - Material de apoio a aula nº 5	101
Instruções do jogo didático aplicado durante a pesquisa	
APÊNDICE D.1 - Modelo das cartas do jogo	104
APÊNDICE E - Avaliação de Aprendizagem aplicada durante o jogo	109
APÊNDICE E.1 - Cópias das Avaliações de Aprendizagens respondidas pelos alunos	110
APÊNDICE F - Questionário de Avaliação das Atividades	121
APÊNDICE F.1 - Cópias dos questionários de Avaliação das Atividades respondidos pelos alunos	122

INTRODUÇÃO

Muitos trabalhos acadêmicos abordam os conceitos e fórmulas resolutoras das equações do 2º grau e descrevem a importância do professor adotar metodologias de ensino inovadoras no estudo da Matemática.

Surgiu o interesse de verificar como utilizar o material concreto para facilitar a compreensão e a resolução de problemas contextualizados de equações do 2º grau para alunos do 1º ano do Ensino Médio?

Observamos que esses trabalhos aplicam exemplos simples e do próprio livro didático, sem articular os problemas contextualizados que dê ao aluno a oportunidade de ver a importância de se estudar esse conteúdo e sua aplicabilidade com o cotidiano.

Entendemos que muitos professores aplicam exemplos simples e do próprio livro didático, deixando de explorar problemas contextualizados ou certas metodologias por perceberem a dificuldade do aluno em interpretar os problemas e decidem trazer para sala de aula equações prontas onde o aluno com base em fórmulas e uma série de etapas resolvam as equações sem priorizar a relação do conteúdo com a realidade.

Por essa razão se faz necessário uma abordagem do conteúdo de equações do 2º grau com ênfase em resolução de problemas do cotidiano como os presentes nas Provas Brasil, ENEM, OBMEP que são avaliações diagnósticas da qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro, com um diferencial que é a utilização de material concreto como suporte na compreensão, interpretação e resolução de problemas, por entender a importância e a necessidade do aluno em aprender através de práticas dinâmicas que visam o desenvolvimento de seu potencial intelectual ao invés de métodos decorativos de fórmulas fora de um contexto real.

O objetivo desse trabalho foi facilitar a compreensão, interpretação e resolução das equações do 2º grau obtidas em problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP utilizando materiais concretos.

Como objetivos específicos destacaram-se: selecionar as questões da Prova Brasil, ENEM e OBMEP sobre equações do 2º grau; elaborar atividades utilizando material concreto/jogo para auxiliar na interpretação e resolução das equações do 2º grau obtidas de problemas contextualizados; verificar como os alunos desenvolvem estratégias de resolução dos problemas contextualizados envolvendo equação do 2º

grau; aplicar o material concreto/jogo como atividades envolvendo problemas contextualizados sobre equação do 2º grau em 01 turma do 1º ano do ensino médio e por fim, avaliar os resultados obtidos após a aplicação das atividades propostas na pesquisa verificando a contribuição do material concreto/ jogo didático para o estudo de equações do 2º grau.

É de grande relevância que os professores de matemática adotem metodologias diferenciadas que despertem o interesse do aluno em querer aprender ao mesmo tempo que facilitem o processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos em sua prática docente.

Nesse trabalho, consideramos a individualidade dos alunos, sabendo que cada um aprende de maneiras diferentes, apresentam dúvidas diferentes e têm maneiras próprias de internalizarem os conteúdos, por essa razão oportunizar situações que o aluno construa novos conhecimentos através de outra perspectiva utilizando materiais concretos, jogos didáticos e problemas contextualizados são formas válidas para que o aluno não só entenda os conceitos, mas também uma forma de desenvolver habilidades e competências importantes para que as dificuldades de aprendizagem não se perpetuem e ocorra uma mudança de postura do aluno em buscar respostas.

No primeiro capítulo, citamos a fundamentação teórica, na qual fizemos uma abordagem histórica sobre o conteúdo de Equações do 2º. Em seguida, realizamos um levantamento bibliográfico sobre as tendências metodológicas utilizadas no processo de ensino da Matemática durante a pesquisa.

No segundo capítulo, identificamos a metodologia adotada no trabalho como sendo uma pesquisa qualitativa, pois buscamos responder ao problema através da utilização de variáveis qualitativas. Quanto à finalidade da pesquisa, foi adotada a pesquisa explicativa, pois temos interesse em observar, registrar, analisar, classificar e interpretar os fatos coletados através dos instrumentos como Avaliações e Questionários de Atividades buscando aprofundar como a utilização de material concreto para resolução de problemas contextualizados sobre equações do 2º grau.

No terceiro capítulo, descrevemos as aulas antes e durante a pesquisa e realizamos a análise descritiva dos dados coletados através dos instrumentos descritos acima, fazendo uma comparação com os princípios defendidos pelos teóricos da fundamentação.

Para finalizar, apresentamos as considerações finais da presente pesquisa onde procuramos relatar se foram cumpridos os objetivos aqui propostos.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para descrevermos o trabalho aqui realizado sobre a utilização de material concreto para resolução de problemas contextualizados sobre equações do 2º grau no 1º ano do Ensino Médio trataremos de um breve histórico sobre esse conteúdo matemático.

1.1. BREVE HISTÓRICO SOBRE EQUAÇÕES DO 2º GRAU

A equação do 2º grau sempre foi um tema recorrente desde a antiguidade devido os vários registros encontrados de que foi amplamente estudada pelos povos antigos como os babilônicos, árabes, gregos e povos hindus.

Guelli (2009, p. 41) afirma que:

Não foi um único povo, nem uma única pessoa, que inventou a fórmula da equação do segundo grau. Trabalhando essas propriedades, matemáticos de várias regiões do Velho Mundo, quase que simultaneamente, acabaram deduzindo uma fórmula única, que tornou possível a resolução de qualquer equação do segundo grau. (GUELLI, 2009, p.41)

Gomes (2015, p.16) afirma que “os primeiros registros de resolução de equações do 2º grau são datados de aproximadamente 1700 a. C e foram feitos em tábuas de argila com a escrita em cuneiforme”

Na Grécia foram encontrados vários exemplos de problemas matemáticos que recaíam em equações do segundo grau e a contribuição de alguns matemáticos como Thales de Mileto, Pitágoras, Euclides e Diofanto. Fragoso (2000, p.1) afirma que eles “resolveram esses problemas através da geometria devido à dificuldade do sistema de numeração grego em usar com números racionais e irracionais”.

Gomes (2015) destaca as fórmulas utilizadas até os dias atuais de equações do 2º grau e cita a contribuição dos matemáticos hindus Sridhara (sec. XI d.C.) e Bhaskara (1114-1185) e descreve a incerteza quanto a autoria da fórmula de Bhaskara.

Garbi (2009) afirma que o responsável pela determinação da regra que originou a fórmula atual, conhecida como fórmula de Bhaskara, não foi o matemático Bhaskara, mas sim o matemático hindu Sridhara que havia publicado seu estudo sobre equações do 2º grau pelo menos um século antes da publicação feita por Bhaskara.

A criação de centros de estudos pelos árabes permitiu que os conteúdos matemáticos viessem a se difundir entre os povos, pois muitos matemáticos tinham a oportunidade de mostrar suas descobertas.

(...) algumas das contribuições dos árabes com a matemática foi a criação da Biblioteca de Alexandria por Al-Mamum em Bagdá, no século IX, esse centro de estudo permitiu que vários matemáticos apresentassem resolução de equação// do 2º grau utilizando vários métodos, o método de completar quadrado introduzido por al-Khowarizmi que só considerava as raízes positivas, método geométrico distinto do utilizado pelos gregos, pois estes utilizavam as duas raízes. (GOMES, 2015, p.18)

Silva (2012, p.16) afirma que nesse cenário “Bhaskara Akaria teve um grande destaque ao resolver números problemas importantes que envolviam equações e essas resolução foram publicadas em dois livros: Lilavati e Vija–Ganit”.

Os livros didáticos de matemática que muitas escolas do ensino fundamental adotam descrevem alguns métodos de resolução de equações do 2º grau. Um deles é o procedimento geométrico através do método de completar quadrado, o outro a partir da fórmula resolutive e através do estudo das raízes pelas relações de Girard que tratam da relação de Soma e Produto.

A fórmula resolutive é a mais geral, onde o aluno segue uma série de passos para encontrar as raízes que satisfazem a equação do 2º grau.

Munirmos o aluno de conhecimento sistematizado em forma de passos ou algoritmos sem contextualização como os livros didáticos tratam o assunto de equações do 2º, ensinando o aluno como obter as raízes pela fórmula geral ou pelos métodos mais simples da soma e produto de suas raízes tem certa relevância a medida que fornece ao aluno instrumentos para que ele crie estratégias por si próprio a partir de conceitos prévios, mas não é o suficiente para ele resolver problemas que lhe forem propostos de situações cotidianas.

O problema de se sistematizar esse conteúdo é quando o professor deixa de abordar problemas contextualizados que dê ao aluno a oportunidade de ver a importância de se estudar equações do 2º grau e sua aplicabilidade no cotidiano, vindo a resolver apenas exemplos simples e do próprio livro didático com base em fórmulas prontas e uma série de etapas, por perceberem a dificuldade do aluno em interpretar os problemas, dessa forma limitando o aprendizado do aluno.

O professor de matemática deve explorar outras metodologias de ensino para, cativar o interesse do aluno numa disciplina que eles têm tantos preconceitos

enraizados por anos de aulas sem significado, por aulas conteudistas, que ora se formaliza um conceito objetivamente e em seguida, propunham-se exercícios simples para fixar conteúdo, isso de maneira repetitiva conteúdo após conteúdo.

Observa-se durante a prática de alguns professores que mesmo considerados bons profissionais pelos alunos, explicam conceitos de maneira entrosada e com suas personalidades cativantes, mas no fim, quando exploram a parte conceitual do conteúdo matemático, acabam partindo para o básico, para os exercícios simples e práticos sem realizar atividades mais dinâmicas causando o desinteresse dos alunos pelas aulas e trazendo reclamações da disciplina de Matemática.

O estudo de equações do 2º grau a partir de tendências metodológicas como material concreto e jogo didático através de resolução de problemas contextualizados enriquece o conhecimento dos alunos das situações-problemas cotidianas, fazendo a diferença no desenvolvimento intelectual do aluno e em sua formação, por dar outra percepção sobre o estudo da Matemática, transformando o comportamento dos alunos e mudando a realidade desafiadora das salas de aulas.

Muitos são os autores que deram luz a esse tema tão discutido que é o uso de problemas contextualizados e a utilização de jogo/material concreto na prática de ensino de conteúdos matemáticos, facilitando o processo de aprendizagem e a formação individual do aluno.

1.2. A TENDÊNCIA METODOLÓGICA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E MATERIAL CONCRETO/ JOGO NO ESTUDO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Os professores devem propor aos alunos situações-problemas que se aproximem de sua realidade, propor desafios para que o aluno tenha a oportunidade de incorporar o conhecimento adquirido aos conceitos que ele já domina, transformando-o e fazendo suas adaptações para chegar a solução correta e através desse exercício, desenvolver sua capacidade de encontrar caminhos mais fáceis.

Polya (1995) afirma que os professores devem ter em mente dois objetivos ao ministrar um conteúdo matemático, o primeiro é auxiliar os alunos a resolver os problemas e o segundo é desenvolver sua capacidade de resolvê-los através da prática constante. Ele estipula que para o aluno ser capaz de resolvê-los deve seguir algumas etapas: procurar compreender o problema, estabelecer um plano, executá-lo e fazer um retrospecto das etapas seguidas anteriormente, considerando todas as

ações tomadas para se atingir o objetivo de resolvê-los.

Considera-se essencial para que o aluno tenha êxito em estudar problemas contextualizados que ele siga as etapas acima, pois em um primeiro momento quando ele se depara com problemas contextualizados, sua primeira impressão é que a questão é difícil, logo ele é levado pelo seu pré-conceito e se intimida em procurar resolvê-los e não se interessa, quando na verdade ele deve priorizar a compreensão do enunciado que é uma etapa complexa para os alunos que por não terem prática de interpretar as situações-problemas, não conseguem extrair as informações dadas corretamente.

Quanto à necessidade de se estabelecer um plano, isso diz respeito a qual estratégia o aluno criará para encontrar a solução do problema, a ele cabe relacionar seus conhecimentos prévios dos conceitos matemáticos e reconhecer como aplicá-los nos problemas do cotidiano. Essa relação não é imediata para o aluno que não está acostumado a estudar problemas contextualizados, não é comum o aluno ter a facilidade de analisar um problema e determinar imediatamente o modelo matemático adequado para resolvê-lo.

Outra importância do aluno em executar as estratégias resolutivas já criadas para chegar a solução do problema, é evitar que ele se distancie dessas estratégias, impedir que ele se perca no meio do caminho e fique confuso quanto ao que sabe, tornando o processo de resolução mais demorado e correndo o risco de não associar o modelo matemático aos dados extraídos do problema.

Os professores devem criar o hábito da leitura nos alunos para que eles próprios criem sua visão de mundo, onde a Matemática esteja presente e seja útil como ferramenta para ajudá-los a resolver questões difíceis.

Precisa-se incentivar também nos alunos a mudança de postura ao estudarem um problema, mesmo quando se chegar a solução, ele deve fazer um retrospecto de todos os conteúdos utilizados e ao seguir essa etapa o professor deve desafiá-los a descobrir outras maneiras de se encontrar o mesmo resultado, validando não só a resposta correta, mas acima de tudo enriquecendo seu conhecimento, fornecendo outra visão do problema através de outras estratégias que o aluno pode identificar como de mais fácil aplicação do que a anterior.

Ao mesmo tempo que ele cria novos caminhos, vai adquirindo mais experiência, fazendo um reexame das estratégias, se foi ou não uma alternativa mais fácil e principalmente fazendo com que reflita se esse aprendizado pode servir para

situações futuras, dessa forma perdendo aquela primeira impressão de que o problema é difícil.

Desenvolver essa capacidade resolutive de problemas contextualizados no aluno, significa fazer com que o aluno aprenda a organizar seus conhecimentos a partir de operações mentais que enriquecerão suas habilidades de compreensão e da prática de resolução de problemas contextualizados, apenas adotando uma postura mais ativa e participativa no seu processo de aprendizagem, o que só será possível se o aluno for desafiado constantemente pelo professor.

Para Piaget (1978), as operações mentais permitem ao aluno desenvolver seus processos cognitivos, mas para que isso ocorra, ele deve ser apresentado a trabalhos que estimulem as noções básicas e estructurem o pensamento lógico-matemático como classificação, ordenação/seriação, conservação e comparação de objetos, em funções de diferentes critérios.

Introduzir a metodologia de resolução de problemas contextualizados nas aulas é trazer para a sala de aula desafios que vão além de mostrar exemplos práticos e simples, mas que incentivem o pensamento lógico dando coerência aos fatos, ensinando os alunos a fazerem associações dos conteúdos matemáticos considerando o contexto que vivem, caso contrário de nada adiantará chegar na sala de aula e mostrar um exercício simples sem mostrar sua aplicabilidade no cotidiano do aluno.

Ministrar qualquer conteúdo matemático para o aluno sem mostrar essa conexão com a realidade significa trazer prejuízos à formação do aluno, pois ele ao se deparar com o conhecimento, com definições e propriedades novas de conteúdos matemáticos sente a necessidade de associar aquela informação ao seu contexto.

De acordo com Vygotsky (1998), para se compreender o desenvolvimento cognitivo, é necessário que se estabeleça referência ao contexto social, cultural e histórico do aluno.

Muitos professores não aplicam problemas contextualizados em sua prática docente devido à dificuldade dos alunos interpretarem os problemas e também eles reclamam da falta de tempo para pesquisarem situações-problemas que podem ser inseridos ao conteúdo que está sendo estudado.

Silva (2012, p. 51) afirma que: “Não é fácil ensinar Matemática através da resolução de problemas. As atividades devem ser planejadas a cada dia e o professor deve considerar a compreensão do aluno e a necessidade do currículo”.

Para Brasil (1998), a resolução de problemas contextualizados vai além de dar respostas prontas que seguem aplicações de fórmulas, esse método bem aplicado na sala de aula desenvolve competências e habilidades que permitem aos alunos testarem qual o melhor caminho, compararem as estratégias, apropriarem-se de conceitos, convertendo-os em novos saberes para encontrarem o resultado e principalmente, faz com que eles reflitam sobre o resultado, por isso quando o professor adota essa metodologia está contribuindo para a formação integral do indivíduo como profissional e cidadão.

Para Dante (2009), a finalidade da resolução de problemas contextualizados está em fazer o aluno pensar construtivamente, desenvolver seu raciocínio lógico, enfrentar situações novas e desafiadoras, aplicar os conceitos matemáticos adquiridos e prover o aluno de estratégias para resolver o problema.

Faz sentido uma mudança de atitude por parte do aluno ao ser confrontado com problemas contextualizados se pensarmos que somente com interesse em resolver os problemas, o aluno dispensará tempo e atenção para estudá-lo, extraíndo as informações do mesmo fazendo uma interpretação prévia, que permita a construção de novos saberes e adaptação de outros, sempre buscando sua aplicação a partir de caminhos à sua escolha para finalmente chegar a solução dos problemas, não só dando ênfase ao resultado final, mas sim ao processo como um todo, percebendo a importância de cada etapa a ser cumprida desde a compreensão, interpretação e resolução.

Propor a resolução de problemas contextualizados significa estimular o aluno a sair da situação cômoda de apenas usar a ideia do professor, enquanto que utilizar fórmulas prontas para encontrar respostas prontas não contribuem para seu desenvolvimento teórico dos conteúdos matemáticos e nem fornecem instrumentos que permitam a resolução a partir de diferentes contextos. Ao passo, que implementar conteúdos, desafiando e incentivando a compreensão dos alunos a partir de ideias e conhecimentos próprios tornam o aprendizado mais significativo.

A atenção é outro fator que o aluno precisa administrar para resolver problemas contextualizados, pois a concentração influencia no processo de compreensão, a medida que é preciso extrair as informações com cautela e clareza, conforme afirma Walle (2001, apud Damaceno et al, 2011).

Para Dante (2009), é essencial ao se referir à problemas contextualizados e exercícios práticos, o cuidado de considerar que há uma distinção entre eles.

Enquanto o exercício serve apenas para exercitar e segue etapas resolutorias, seguindo fórmulas prontas, se tornando um mero processo mecânico, o problema exige do aluno iniciativa e criatividade para buscar solução, por meio de conhecimentos prévios para estabelecer estratégias de resolução.

Dante (1989) afirma que os problemas matemáticos podem ser: *exercícios de reconhecimento* que propiciam ao aluno testar seus conhecimentos quanto às propriedades; *exercícios de algoritmos* que limitam o aluno a seguir passos para aplicar um conteúdo matemático; *problemas-padrão* cuja solução se encontra nas informações do enunciado da questão, cabendo ao aluno transformar os dados para a linguagem matemática; *problemas-processo ou heurísticos* que exigem que o aluno crie estratégias para resolvê-los através de tentativas, já que a solução não está implícita no problema; *problemas de aplicação* que descrevem situações do cotidiano; e *problemas de quebra-cabeça* que são apresentados como desafios aos alunos.

Nesse trabalho, consideramos os problemas selecionados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP como sendo problemas de aplicação, pois retratam situações do cotidiano no qual utilizamos material concreto para ajudar na compreensão, interpretação e resolução dos problemas do cotidiano.

Para apresentar o problema contextualizado aos alunos deve-se ainda considerar que eles apresentam entendimentos diferentes de um conteúdo, o que é difícil para um, pode não ser para o outro, logo temos que tomar o cuidado de que o problema não se torne apenas um exercício mecânico que exige pouco do seu cognitivo, apenas a mera reprodução de fórmulas que cheguem no resultado de maneira rápida e fácil, conforme afirma Rabelo (1995, p.77) que:

Apesar de, o conceito de problema ser algo bastante relativo, é preciso fazer uma distinção entre o que se poderia chamar de problema e o que se poderia chamar de simples exercícios. Uma mesma questão, dependendo dos conhecimentos e da experiência das pessoas pode constituir-se para uns num problema relativamente complexo enquanto que, para outros, pode ser mero exercício de simples aplicação de algoritmos. (RABELO, 1995, p. 77)

A fim de mostrar a importância desse trabalho e como difere das demais pesquisas, pesquisamos alguns trabalhos acadêmicos como Motta (2000), Silva (2012), Gomes (2015) e Vale (2013) que trazem a resolução de problemas como foco principal. Ressalto que Motta (2000) citar um pouco da história das equações do 2º grau na Arábia e métodos de resolução como o de completar quadrado e trabalha resolução dos problemas simples que não tratam de situações reais. Enquanto Silva

(2012) prioriza o uso de software que mostram as fórmulas das raízes da equação de 2º grau partindo da fórmula de Bhaskara e métodos da soma e produto com seus coeficientes, para resolver equações do 2º grau utiliza exemplos simples e práticos de livros didáticos que não trabalham a contextualização.

Gomes (2015) descreve um breve contexto histórico sobre equações do 2º grau, realiza um jogo com a turma cujo os problemas descrevem situações do próprio livro “As mil e uma equações” do autor Ernesto Rosa. E por fim, Vale (2013) apenas descreve as tendências metodológicas como etnomatemática, recursos tecnológicos, história da matemática, aplicação de jogos didáticos ou materiais concretos e modelagem matemática como ferramentas que podem contribuir para o ensino da Matemática, dando ênfase nos vários métodos resolutivos de equações do 2º grau.

Embora estes utilizem a resolução de problemas como tendência metodológica para o estudo de equações do 2º grau, observa-se que utilizam exemplos simples e práticos que não incentivam a compreensão do problema como um todo, ou seja, sem enriquecer os conhecimentos do aluno e sem aprofundar seus conhecimentos, tendem a priorizar solução da equação do 2º grau dando ênfase a importância do professor adotar a metodologia de resolução de problemas contextualizados, mas não fazem relação do conteúdo de equações com problemas-processos (heurísticos) ou problemas de aplicação do cotidiano que exigem que o aluno estabeleça estratégias mais elaboradas de resolução.

Mas esses trabalhos são importantes pois trazem uma fundamentação quanto à importância de utilizarmos outras tendências metodológicas diferentes do ensino tradicional, independentemente do conteúdo.

Esse trabalho trouxe como diferencial a proposta de utilizar o material concreto/jogo didático para trabalhar com os alunos a compreensão e interpretação de problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP que como se sabe, essa é uma área que os alunos sentem muita dificuldade, não trata-se apenas da falta de conhecimento matemático, mas também de uma deficiência na leitura, por não saberem ler adequadamente, nem extrair as informações dos problemas e muito pior por não conseguirem relacionar as informações obtidas com o conteúdo.

Ao levar problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP para a sala de aula, permite-se que os alunos reconheçam e entendam as situações presentes no seu cotidiano e através das devidas associações dessa realidade com o conteúdo de equações do 2º grau, os alunos reconhecem a importância desse

conteúdo e de saber onde aplicar para obter respostas a problemas complexos, ocorrendo então aprendizagem significativa.

A abordagem do conteúdo de equações do 2º grau considerando a problematização com o cotidiano se faz necessário para que o alunos aprendam através da prática, pois como os alunos estão em processo de formação acadêmica e de crescimento profissional, enfrentarão situações que terão que demonstrar suas habilidades de compreensão de problemas e de associações com conteúdos matemáticos quer seja em provas de vestibulares, provas de concursos e na vida profissional, pois muitos destes alunos já estão no mercado de trabalho e não apenas como menores aprendizes, em que estão em “experiências”, muitos deles já tem a responsabilidade de ajudar financeiramente em casa.

Nesse contexto em que os alunos estão inseridos, torna-se fundamental a aplicação do conteúdo matemático como o de equações do 2º grau voltados para o cotidiano que estimulem seu desenvolvimento intelectual quanto a compreensão e interpretação do problema.

Acredita-se que uma abordagem diferenciada do estudo de equações do 2º grau através de material concreto utilizando problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP pode facilitar a interpretação, compreensão e resolução de problemas, e principalmente, a prática contínua dessa metodologia pode sanar as deficiências de compreensão e interpretação dos conteúdos matemáticos pelos alunos, à medida que o material concreto ao facilitar a aprendizagem do aluno estará permitindo que eles aprofundem seus conhecimentos, desenvolvam capacidades de entender o problema e habilidades para criar caminhos para resolverem tais problemas.

Como na pesquisa foi adotada a resolução de problemas da Prova Brasil, ENEM e OBMEP, destaca-se que a Prova Brasil é um instrumento avaliativo para as séries do 5º e 9º anos do ensino fundamental e também no 3º ano do ensino médio são avaliações para diagnóstico, em larga escala, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC) com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos, onde os resultados por escola, município, Unidade da Federação são utilizados no cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

Já o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) tem como finalidade principal a avaliação do desempenho escolar e acadêmico ao fim do Ensino Médio, esse exame é realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) e Ministério da Educação (MEC).

As Prova Brasil e do ENEM seguem os parâmetros curriculares de matemática, que ao dividir os conteúdos em blocos como Números e Operações, Espaço e Formas, Grandezas e Medidas e Tratamento de Informações nas séries do 9º ano do ensino fundamental, série que abordam os conteúdos de equações de 2º grau, fazem essa divisão defendendo que os conteúdos sejam abordados através de problematização de vários temas como Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho e Consumo que possibilitem a construção de estratégias, desenvolvendo habilidades por meio da investigação, argumentação, comprovação e relacionando os conteúdos matemáticos dentro de um contexto, conforme afirma Brasil (1998, p.25) que:

O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. (BRASIL, 1998, p.25)

Outro instrumento que serve como indicador avaliativo da aprendizagem dos alunos são as provas realizadas para a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP), pois contém problemas contextualizados.

(...) as provas da OBMEP disponibilizam um vasto material didático, baseado em problemas contextualizados que ajudam, não apenas a se preparar para a competição, mas principalmente, a aprender os conteúdos matemáticos, despertando interesse e a curiosidade de professores e estudantes. (FIDELIS, 2015, p.1)

Estabelecida a importância da resolução de problemas contextualizados no ensino de conteúdos matemáticos, torna-se também necessário o aporte desses instrumentos avaliativos para o ensino do conteúdo de equações do 2º grau para facilitar a compreensão e interpretação de situações problemas, mas o interesse nesse trabalho vai além que é associar o uso de jogo/material concreto para facilitar a compreensão e interpretação dos conceitos de equações do 2º grau a partir de problemas contextualizados e selecionados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP.

Pretende-se mostrar inicialmente como os materiais concretos podem ajudar na compreensão de conceitos matemáticos como o de equação do 2º grau, fazendo com que o aluno reflita sobre sua aplicabilidade.

Piaget (1975) destaca que quando se utiliza materiais concretos, é oferecido ao aluno a oportunidade de ter a visão do problema, de ver um esquema do que está sendo proposto, fazendo com que ele busque resolver o problema através de uma visão concreta do problema, estudos mostram que o aluno aprende melhor quando seu conhecimento parte do concreto para o abstrato, só depois ele faz adaptações para situações generalizadas.

Mendes (2006, p. 16) afirma que “essas atividades têm uma estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento matemático”.

Nehring e Pozzobon (2007 apud SANTOS, 2015) afirma que na utilização de materiais concretos a aprendizagem do aluno é facilitada, pois primeiramente lhe é apresentado a forma do material, ressaltando características que são convenientes ao entendimento dos problemas, depois o aluno começa a fazer associações dessas características aos dados levantados pelos problemas, quando o aluno começa a formalizar mentalmente definições e propriedades, ele consegue fazer a conceituação teórica por trás da situação-problema.

Lorenzato (2006) afirma que o material concreto permite ao aluno desenvolver habilidades de caracterizar objetos e discriminar situações ao seu redor através da formalização de conceitos, que surge da interação entre alunos e objetos, eles têm dificuldades de entender o mundo devido a abstração das ideias, a falta de informação de características que seriam relevantes. E dessa interação com objetos de apoios, o aluno pode associar características aos conceitos matemáticos fazendo uma conexão das situações propostas nos problemas.

Sabemos que não é fácil para o aluno se deparar com questões contextualizadas e ter que resolvê-las quando não estão habituados e sem o apoio de uma ferramenta que lhe dê a visão geral do que está sendo proposto torna-se ainda mais trabalhoso. Dessa maneira o material concreto funciona como ferramenta onde os alunos podem visualizar as situações-problemas como um todo, entender onde os dados extraídos se encaixam e saber como inseri-los no modelo matemático adequado.

Percebe-se que mesmo extraindo os dados corretamente do problema, a associação deles ao modelo matemático não é feita imediatamente pelos alunos, pois eles não entendem a situação proposta por não conseguirem visualizar mentalmente o problema.

Borges (1989, p.15) afirma que “nos dias atuais o ensino da Matemática, nas primeiras séries do Ensino Fundamental, está ocorrendo na grande maioria das escolas como uma atividade essencialmente mecânica”. E ao adotar metodologias diferenciadas como material concreto, o professor está oportunizando um processo de aprendizagem envolto no desenvolvimento do pensamento abstrato, uma vez que as ideias deixam o inconsciente do aluno e se representam em conceitos, nesse processo de amadurecimento das ideias em vários níveis, os conceitos matemáticos podem ser elaborados e reformulados, conforme Pais (2006).

Tendo em vista que o material concreto pode permitir que o aluno tenha uma visão clara do problema, com certeza, esse entendimento facilitará sua compreensão do que foi proposto, conseqüentemente, ele estará apto a buscar estratégias onde os dados extraídos do problema fazem sentido e conseguirá encontrar a solução do problema, formalizando os conceitos matemáticos e internalizando-os.

Sendo assim, o material concreto tem um papel importante na resolução do problema, pois a partir dele, o aluno desenvolverá sua capacidade de interpretação, bem como desenvolver estratégias usando a lógica e conhecimentos prévios dos conteúdos matemáticos.

Fiorentini e Miorim (1990) afirma que as aulas com materiais concretos promovem um aprender significativo para o aluno ao ser desafiado a buscar por respostas de um problema e que para tentar resolvê-los, ele precisa se questionar quanto ao que sabe, nesse processo surgem outras perguntas, que se esclarecem quando ele é capaz de se apropriar de seus conhecimentos prévios, fazendo relações com situações que já foram resolvidas e do emprego de conceitos matemáticos adequados.

Vygotsky (1991, p. 103) afirma que “quando o professor trabalha com material concreto, o aluno faz parte ativamente do processo de ensino, pois põe em prática conhecimentos próprios fazendo manipulações dos conceitos”. Ao utilizar materiais concretos, ele está incentivando o aluno a se envolver mais nas aulas, a questionar e a refletir sobre o problema, já que ele aprende através dessas manipulações e

interação com o material a compreender a situação do problema e a fazer restrições nos cálculos matemáticos quando necessário.

Dessa forma, cabe ao educador incluir a utilização de materiais concretos em sua prática docente como instrumento para enriquecer o aprendizado do aluno a partir da manipulação do concreto, da associação de conceitos matemáticos e na construção de novos saberes.

Vygotsky (1998, p. 127) afirma que “a criança vê um objeto, mas age de maneira diferente em relação àquilo que vê. Assim, é alcançada uma condição em que a criança começa a agir independentemente daquilo que vê”.

Freitas e Bittar (2004, p.29) comentam que: “Muitas vezes, esses materiais assumem o lugar principal no ensino e não cumprem sua função que é a de permitir que o aluno, através de manipulações do material, construa seu conhecimento”, quer dizer que o material concreto não pode ser visto como recurso principal nas aulas, o foco será sempre a aprendizagem dos alunos quanto aos conteúdos matemáticos, definições e propriedades, trazendo uma perspectiva de ensino diferenciada.

Utilizar corretamente os materiais concretos significa fazer com que o aluno adote uma postura ativa e mais participativa nas aulas frente a interação/ação com os objetos, despertando seu interesse pelos conteúdos, o envolvendo no processo de aquisição de conhecimento à medida que ele consegue demonstrar suas opiniões, críticas e dúvidas. Nesse processo, percebemos que o aluno passa a ser o agente de seu conhecimento e o material concreto apenas um instrumento de mudança, conforme Mendes (2006).

O material concreto enriquece o aprendizado dos alunos, criando novos conhecimentos, pois os alunos não aprendem da mesma forma, ao enxergar uma situação-problema, cada um entende à sua maneira, de modo que ao compreenderem o problema, eles farão associações e relações diferentes, dessas interações que eles realizam com o material concreto, cada aluno pode chegar a solução do problema de formas diferentes.

Promover uma discussão construtiva do que o aluno compreendeu e como ele utilizou o material concreto relacionando o conteúdo matemático ao problema acrescenta significado ao conteúdo estudado e ele passa a dar mais valor ao processo de ensino.

Outra ênfase em utilizar o material concreto nas aulas de conteúdos matemáticos é o planejamento que o professor deve fazer. É preciso traçar objetivos

para a aula em que o material concreto será uma ferramenta para facilitar a aprendizagem do conteúdo, pois se assim não for feita a utilização do material concreto torna-se ineficaz nesse processo de compreensão, associação da situação-problema ao modelo matemático.

Lorenzato (2006, p.56) corrobora ao afirmar que:

(...) o professor não pode utilizar o material concreto sem um planejamento prévio das atividades a serem realizadas e sem conhecimentos específicos de quem os utiliza. Não se pode deixar que o material se torne um brinquedo para o aluno, deve se utilizar com uma proposta fundamentada para atingir determinados objetivos e estes devem estar fixados e em mente do professor antes de iniciar a atividade. (LORENZATO, 2006, p.56)

Devemos ressaltar a importância de se utilizar metodologias diferenciadas no ensino dos conteúdos matemáticos, mas é de suma importância que ao utilizarmos materiais concretos como recursos didáticos, o professor faça uma reflexão crítica de como este recurso pode contribuir para o aprendizado dos alunos no que tange sua compreensão e entendimento dos conteúdos matemáticos, para que ele não corra o risco de o aluno considerar a aula apenas um momento de brincadeira e interação com os colegas, sem perceberem a aplicabilidade do conteúdo, conforme Magina e Spinillo (2004).

Passos (2006 apud SANTOS, 2015) afirma que podemos utilizar qualquer material para fazermos o aluno desenvolver habilidades matemáticas como, medir, quantificar, classificar, comparar e outras, a partir dessas habilidades podemos torná-lo mais questionador para buscar respostas que os ajudem a formalizar conceitos que surgem das adaptações dos conceitos. É importante que o aluno entenda que esses conceitos não estão embutidos no material concreto, mas que eles precisam construí-los de conhecimentos prévios que são internalizados da ação e verificação dada a eles durante as aulas.

As aulas onde se aplicam o material concreto tomam outro significado, à medida que permitem uma construção e uma transformação de saberes, pois os alunos ficam de posse das formas de pensar dos outros alunos, aprendendo novas estratégias com essas interações que surgem dentro dos grupos escolares conforme Piaget (1975).

Nesse trabalho, o jogo didático tem um papel importante, pois pretendo verificar como os alunos fixaram os conceitos e como compreenderam o problema a partir da interpretação e adequação das situações propostas das questões selecionadas da

Prova Brasil, ENEM e OBMEP através de materiais concretos, onde num primeiro momento buscou-se auxiliar os alunos na compreensão e interpretação. Em seguida, a partir do jogo o aluno mostrará a solução das questões envolvendo os conteúdos de equação.

Busca-se a percepção de como os alunos criam estratégias após compreenderem o problema para se chegar a solução.

Brasil (1998, p.46) afirma que:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propicia a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

Existem diferentes tipos de jogos e podem ser classificados de acordo com sua finalidade, podendo ser jogos de construção quando incentivam o aluno a buscar novos conhecimentos, jogos de treinamentos que priorizam o raciocínio lógico e dedutivo, jogos de aprofundamentos que ampliam os conceitos de conteúdos para que aluno saiba onde aplicá-los e jogos estratégicos que ajudam ao aluno a estabelecer estratégias para resolver os problemas segundo afirma Lara (2011).

Nessa pesquisa, adotamos o jogo de treinamento, pois utilizamos o jogo didático para permitir que o aluno aplicasse as propriedades dos métodos resolutivos da fórmula de Bhaskara e método da Soma e Produto como meios para desenvolver suas habilidades de resolução dos problemas contextualizados de equações do 2º grau a partir do exercício de treinamento.

Os jogos e o simples ato de brincar permitem ao aluno trabalhar seu potencial teórico, seu raciocínio lógico e a tomada de decisão, são atitudes que o indivíduo deve priorizar no mundo moderno. Além disso, vive-se em sociedade, e como tal é esperado que se aprenda as regras sociais e que o indivíduo se adapte onde quer que esteja.

Existem diversas situações dentro do cotidiano escolar que podemos perceber que os alunos reagem de maneiras diferentes às regras impostas pela escola ou professores. Um exemplo disso é que todos os alunos sabem que não podem conversar durante as explicações dos conteúdos ou realização dos exercícios em sala, mas o que vemos são alunos distantes, desinteressados e que conversam bastante, outro exemplo é quando professor passa tarefa de casa, alguns alunos são

propensos a não fazerem, a maioria só faz quando este avisa que valerá nota, percebemos que o aluno tem dificuldade de obedecer regras ou cumprir o que é pedido, são condicionados a fazer quando “ganham pontos extras” e não se comprometem de fato.

Realizar a atividade de jogos didáticos em que os alunos precisem cumprir as regras do jogo em que só entender o conteúdo e saber aplicá-los não seja o bastante, é uma maneira de mostrar que as regras podem mudar o resultado do problema, permitir que os alunos prestem mais atenção ao que é pedido e reflitam sobre sua importância e que deve ser cumprida.

Outro fator que torna o jogo didático uma ferramenta poderosa de aprendizagem é que o aluno ao ser questionado por uma pergunta que tem relação ao conteúdo estudado, além de estar atento as regras do jogo, precisa respeitar as opiniões dos demais alunos, precisa se dispor a ouvir, o que nem sempre na sala de aula é tarefa fácil, o que traz a percepção de que esse tipo de atividade, há uma maior interação entre os alunos.

Vygotsky (1998, p. 137) afirma que “a essência do brincar é a criação de uma nova relação entre o campo do significado e o campo da percepção visual, ou seja, entre situações no pensamento e situações reais”. Através do jogo, o aluno está colocando em prática conceitos sobre o conteúdo, aplicando fórmulas e com base no problema tem a oportunidade de fazer escolhas para se resolver o problema.

Ao introduzir o estudo de equações do 2º grau através de material concreto para facilitar a compreensão, interpretação e resolução das equações do 2º grau obtidas de problemas contextualizados, verifica-se quais as outras deficiências além de interpretação de problema quanto à este conteúdo matemático e também verificar as deficiências de aprendizagem de outros conteúdos que podem ser relacionados ao tema de equações do 2º grau, como por exemplo, posso verificar se o aluno tem dificuldades de encontrar a área de uma figura geométrica, quando proponho um problema de área de um terreno, observar se ele tem facilidade de encontrar as medidas de comprimento e de largura, ou se ele tem facilidade de utilizar os métodos resolutivos de equações do 2º grau.

Com o material concreto tenho a possibilidade de mostrar se essas medidas podem ser negativas, posso mostrar uma sequência de triângulos e utilizar a associação de conteúdos matemáticos como sequências numéricas com o conceito

de *Progressão geométrica* (PA), para mostrar ao aluno que dessa sequência pode-se extrair uma equação do 2º grau e que os conteúdos matemáticos se relacionam.

Essas associações de conteúdos através do material concreto, enriquecem o conhecimento do aluno por demonstrar o problema, explicando o contexto em que ele se aplica, fornecendo instrumentos para o aluno determinar a solução deste, tornando o problema tangível.

Combinar o material concreto e o jogo didático no estudo de equações do 2º grau nesse trabalho, vai além de ser mais uma estratégia para incrementar as aulas e fazer com que os alunos fixem as fórmulas resolutoras de equações do 2º grau, mas também com certeza fazer com que os alunos desenvolvam a capacidade de questionarem os resultados encontrados com os métodos resolutores de Bhaskara e método da Soma e Produto, fazendo com que eles verifiquem se realmente as soluções satisfazem o problema ou perceberem o motivo de quando não satisfazem, dando embasamento para os alunos para determinar a solução correta do problema.

Ao fazermos o aluno questionar as soluções do problema, se aquela raiz pode ser solução ou não de certo problema, estamos fazendo o aluno refletir que no processo de aprendizagem chegar num resultado correto é importante, mas o essencial para o aprendizado dar frutos futuros está em se priorizar as etapas para se chegar à ele, desde sua interpretação, compreensão, conhecer e saber aplicar os métodos resolutores para escolher a estratégia ideal, questionar as respostas, é priorizar os meios e não os fins.

Esse trabalho mostra o estudo de equações do 2º grau sobre a luz de tendências metodológicas importantes como resolução de problemas contextualizados, material concreto e jogo didático, que individualmente cada um tem o papel importante no processo de aprendizagem dos alunos, e que se for associado o uso dessas tendências para facilitar a compreensão e resolução dos problemas propostos, o processo de formação e desenvolvimento do aluno será mais eficiente e gratificante.

No próximo capítulo, será apresentado a metodologia, o campo, sujeito de pesquisa, os resultados e suas análises com a finalidade de alcançar os objetivos da pesquisa e observarmos a contribuição do material concreto para a aprendizagem dos alunos no estudo de equações do 2º grau envolvendo problemas contextualizados.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentaremos a natureza da pesquisa, os instrumentos de coleta e análise de dados no qual chegamos aos objetivos da pesquisa e para respondermos à pergunta: **Como utilizar o material concreto para facilitar a compreensão e a resolução de problemas contextualizados de equações do 2º grau para alunos do 1º ano do Ensino Médio?**

2.1. Abordagem da Pesquisa

Quanto à natureza da pesquisa, a metodologia adotada foi pesquisa qualitativa, pois buscamos responder ao problema através da utilização de variáveis qualitativas que se basearam na descrição de comportamentos dos alunos, dificuldades de aprendizagem, métodos de resolução das equações e suas representações adotados pelos alunos, embora serão usados dados quantitativos na pesquisa para mostrar dados e indicadores.

Minayo (1994, p.21) afirma que:

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos a operacionalização de variáveis. (MINAYO, 1994, p.21)

Quanto à finalidade da pesquisa, adotamos a pesquisa explicativa, pois tivemos interesse em observar, registrar, analisar, classificar e interpretar os fatos coletados buscando aprofundar como a utilização de material concreto para resolução de problemas contextualizados sobre equações do 2º grau no 1º ano do Ensino Médio pode facilitar a aprendizagem dos alunos a medida que podemos fornecer ferramentas metodológicas de ensino mais dinâmicas para diminuir as dificuldades dos alunos quanto à compreensão do problema, interpretação e resolução de problemas, através da interferência do pesquisador.

2.2. Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual, no turno matutino, na zona norte da cidade de Manaus na turma do 1º ano 2 do Ensino Médio, com 45 alunos com faixa etária de 14 a 16 anos.

2.3. Instrumentos de coleta de dados

Para coletar os dados da pesquisa foram utilizados Avaliação Diagnóstica de Aprendizagem inicial (Apêndice A) sobre equações do 2º grau para verificar o nível de conhecimento dos alunos sobre este conteúdo, uma Avaliação de Aprendizagem aplicada durante o jogo (Apêndice E) como instrumento avaliativo e um Questionário no final da aplicação das atividades (Apêndice F) para verificar a contribuição da utilização do material concreto e jogo didático para facilitar a compreensão e resolução dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP nessa Escola.

Nessa pesquisa adotamos a observação participante com registro através de notas de campo e máquina fotográfica para verificar aspectos como processo de resolução dos alunos quanto aos problemas e participação nos jogos, facilitação de aprendizagem, estímulo ao interesse pela disciplina, incentivar a interação entre alunos e professores, dentre outros.

2.4. Análise e interpretação dos dados coletados

Em relação aos dados numéricos das Avaliações e Questionários utilizamos tabelas, quadros e gráficos. Já em relação aos fatos comportamentais como dificuldades de aprendizagem identificadas durante a aplicação das atividades, realizamos análise descritiva comparando os resultados obtidos aos autores da fundamentação teórica.

A seguir, apresentamos as descrições das aulas observadas anteriormente à aplicação da pesquisa, realizamos o reconhecimento da turma para verificar as dificuldades de aprendizagem e descrever como foram as aulas com material concreto e jogo didático para verificar se facilitou a compreensão e a resolução de problemas contextualizados de equações do 2º grau para os alunos do 1º ano 2 do Ensino Médio e posterior análise visando observar e comprovar a contribuição da utilização do material concreto no processo de aprendizagem.

CAPÍTULO 3

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O desenvolvimento das atividades com material concreto para compreensão e interpretação dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP constam no Apêndice B e o Jogo “Perfil das Equações do 2º grau” constam no Apêndice D, foram realizadas na turma de 1º ano 2 do Ensino Médio em uma Escola Estadual no município de Manaus - AM, no período de 10/05/2018 a 29/05/2018.

Para as atividades aplicadas com os alunos elaboramos planos de aulas conforme os referidos Apêndices.

3.1. Descrição das aulas antes da pesquisa

Aula 01:

Série:1º ano

Turma: 2

Data: 10/05/2018

Conteúdo(s) abordado(s): Razão e Proporção

Passo a passo da aula: A professora descreveu o conceito de razão, como sendo:

Razão: é o quociente entre dois números, sendo o segundo diferente de zero.

A professor exemplificou algumas situações:

Situação 1: *Uma pesquisa realizada em um bairro revelou que 160 das 400 pessoas pesquisadas praticam atividades físicas regularmente. A razão entre o número de pessoas que praticam atividades físicas e o total de pessoas pesquisadas é:*

$$\frac{160}{400} = \frac{2}{5}$$

Para a **situação 1**, a professora explicou que de cada 5 pessoas pesquisadas, 2 praticam atividades físicas.

Situação 2: *Uma pesquisa realizada em um sebo revelou que durante um trimestre foram vendidos 750 livros de ficção e 232 romances. A razão entre o número de romances vendidos e o de ficção científica no trimestre é de:*

$$\frac{232}{750} = \frac{31}{100}$$

Para a **situação 2**, a professora explicou que enquanto 31 livros de romances, foram vendidos aproximadamente 100 livros de ficção científica.

A professora, explicou como se faz a leitura adequada de razões:

Exemplo 1: A razão $\frac{1}{5}$ (lê-se: “razão de um para cinco). Representou a razão de outras formas como:

$$\frac{1}{5} \text{ ou } 1:5 \text{ ou } 0,2 \text{ ou } 0,20 \text{ ou } \frac{20}{100} \text{ ou } 20\%$$

Durante a abordagem desse conteúdo a professora, informou a razão entre grandezas de mesma natureza. Dando exemplos:

Situação 1: O perímetro do tapete maior é de 160 cm, e o do tapete menor é 140 cm. A razão entre o perímetro do tapete menor e o perímetro tapete maior é

$$\frac{140}{160} = \frac{7}{8}$$

A professora explicou que na razão acima foram comparados dois comprimentos de grandezas de mesma natureza.

Os recursos utilizados pela professora acolhedora foram o quadro branco, pincel e apagador. Quanto a estratégia metodológica utilizada foi a aula expositiva.

Nessa aula, não foram utilizados problemas contextualizados como os referidos acima, à medida que os alunos apresentavam suas dúvidas, o professor retorna aos exemplos e explicava novamente.

Nessa aula, a professora não utilizou a tendência metodológica de resolução de problemas contextualizados, nem material concreto e jogo didático que abordamos nessa pesquisa.

Participação e dúvidas dos alunos:

Os alunos prestaram atenção aos exemplos descritos pela professora.

Copiaram o conteúdo nos cadernos e tiveram dificuldades em representar a razão em forma de percentagem.

Sugestões: Como sugestão para melhorar a primeira aula de conteúdo novo, onde os exemplos contribuem para o entendimento do conteúdo pelos alunos, a professora poderia explorar também questões contextualizadas para mostrar ao aluno

como o conteúdo matemático pode ser relacionado com situações do seu cotidiano e para que eles percebam a importância de se interpretar o problema, ele deve retirar as informações e aplicar os conceitos corretamente, ou seja, deve seguir uma série de procedimentos para se ter sucesso ao resolver a questão e que pulando essas etapas, a aprendizagem do aluno será comprometida.

Aula 02:

Série:1º ano

Turma: 2

Data: 14/05/2018

Conteúdo(s) abordado(s): Razão e Proporção

Passo a passo da aula: Nessa aula, a professora deu continuidade ao conteúdo de razão e proporção, exemplificando a razão entre grandezas de naturezas diferentes. Entre eles:

Exemplo 1: Razão de gramatura:

$$\textit{gramatura} = \frac{\textit{massa do papel}}{\textit{área do papel}}$$

Exemplo 2: Velocidade Média:

$$\textit{velocidade média} = \frac{\textit{distância percorrida}}{\textit{tempo gasto}}$$

Exemplos 3: Densidade Demográfica:

$$\textit{densidade demográfica} = \frac{\textit{número de habitantes}}{\textit{área da região}}$$

Dando continuidade ao conteúdo, a professora descreveu o conceito de proporção:

Proporção: é uma igualdade entre duas razões.

Situação 1: *Juliana é colecionadora de gibis. A cada 5 gibis de sua coleção, 1 é de histórias em quadrinhos feitas no estilo mangá. Dessa maneira, a cada 10 gibis, 2 são mangás; a cada 15 gibis, 3 são mangás; a cada 20 gibis, 4 são mangás, e assim por diante.*

Dessa situação, a professora explicou que poderia ser obtida as seguintes razões:

$$\frac{1}{5} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{4}{20}$$

A professora mostrou que todas as razões acima são iguais a: $\frac{1}{5}$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} \quad \frac{1}{5} = \frac{3}{15} \quad \frac{1}{5} = \frac{4}{20}$$

A professora descreveu como uma proporção é representada:

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} \text{ ou } 1:5 = 2:10 \text{ (lê-se: " um está para cinco como 2 está para dez")}$$

Ela informou que os números a, b, c e d são não nulos e que formam nessa ordem, uma proporção quando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- Os números *a*, *b*, *c* e *d* são **termos** da proporção;
- Os termos *a* e *d* são chamados de **extremos** da proporção;
- Os termos *b* e *c* são chamados de **meios** da proporção.

Os recursos utilizados pela professora acolhedora foram o quadro branco, pincel e apagador. Quanto a estratégia metodológica utilizada foi a aula expositiva.

Nessa aula, a professora não utilizou problemas contextualizados como os referidos acima, à medida que os alunos apresentavam suas dúvidas, o professor retorna aos exemplos e explicava novamente.

Nessa aula, a professora não utilizou as tendências metodológicas de resolução de problemas contextualizados, nem material concreto e nem jogo didático que abordamos nessa pesquisa.

Participação e dúvidas dos alunos:

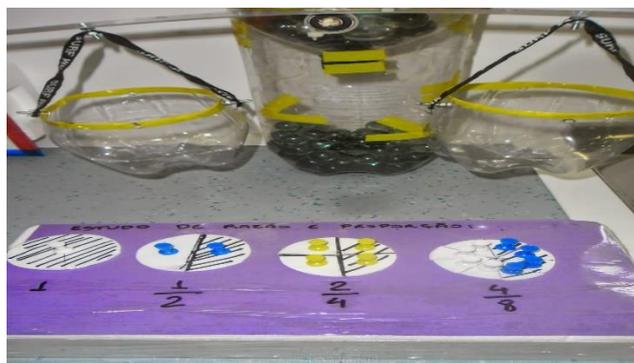
Os alunos conversavam bastante, ficavam se levantando e poucos copiaram os exemplos.

Quando questionados pela professora, quanto aos termos da proporção, eles não sabiam responder e como aplicar a fração irredutível para encontrar a razão simplificada.

Sugestões: Nessa aula, a professora poderia ministrar o conteúdo de razão e proporção utilizando exemplos de diversas grandezas, a partir do material concreto para facilitar a aprendizagem do conteúdo e chamar a atenção do aluno, por ser uma aula mais interessante e dinâmica.

O material concreto pode ser materiais recicláveis e de baixo custo como garrafas pets, anel de metal dos refrigerantes em lata, garrafas de suco, garrafas de detergentes EVA, cartolina, e outros como alfinetes, conforme *figura 1*. Onde podemos representar a proporção demonstrando os diferentes volumes de garrafas de detergentes e garrafas de sucos, ou através de quantidades desses materiais indicar a razão entre eles, conforme *figura 2*.

Figura 1 - Material concreto para aulas de razão e proporção



Fonte: www.laboratoriosustentaveldematematica.com (2018)

Figura 2 - Material concreto para aulas de razão e proporção para volumes



Fonte: www.laboratoriosustentaveldematematica.com (2018)

Outra possibilidade seria realizar experimentos¹ utilizando materiais concretos onde o aluno tivesse oportunidade de observar, de extrair informações que

¹ Experimento disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/page:2/midia:experimento>.

Nesse experimento os alunos aplicariam razão e proporção e desenvolveriam a capacidade de extrair informações analisando dados físicos.

enriquecessem seu conhecimento e associassem essas informações com o conteúdo de razão e proporção. À exemplo, o experimento de “Escoamento de Areia”, onde os alunos podem observar o comportamento da areia ao escoar pela garrafa pet através de funis, verificando como funciona a aplicação de razão e proporção na prática.

E o interessante que o professor poderia utilizar outros materiais concretos para representar a areia como farinha de rosca, farinha de trigo, arroz, açúcar e sal (todos em pequenas quantidades), com a ajuda de garrafas pets e funis, poderiam verificar o comportamento dos materiais ao escoar em determinados períodos de tempo.

Aula 03:

Série: 1º ano

Turma: 2

Data: 15/05/2018

Conteúdo(s) abordado(s): Razão e Proporção

Passo a passo da aula: Nessa aula, a professora transcreveu no quadro exercícios práticos envolvendo os conceitos de razão e proporção para verificar a aprendizagem dos conteúdos pelos alunos.

Exercício 1: Uma caixa de chocolate possui 250 g de peso líquido e 300 g de peso bruto. Qual é a razão do peso líquido para o peso bruto?

Exercício 2: Pedrinho resolveu 20 problemas de matemática e acertou 18. Cláudia resolveu 30 e acertou 24. Quem apresentou melhor desempenho?

Os recursos utilizados pela professora acolhedora foram o quadro branco, pincel e apagador. Quanto a estratégia metodológica utilizada foi a aula expositiva e dialogada, pois os alunos ficaram resolvendo as questões em sala de aula e quando tinham dúvidas, chamavam a professora que transcrevia no quadro a questão e explicava.

Nessa aula, a professora não utilizou problemas contextualizados como os referidos acima, à medida que os alunos apresentavam suas dúvidas, o professor retornava aos exemplos e explicava novamente.

Nessa aula, a professora não utilizou as tendências metodológicas de resolução de problemas contextualizados, nem material concreto e jogo didático que abordamos nessa pesquisa, não houve ênfase em trazer para a sala de aula

problemas que estimulassem a interpretação e compreensão de exemplos dentro do cotidiano que desafiasse o aluno.

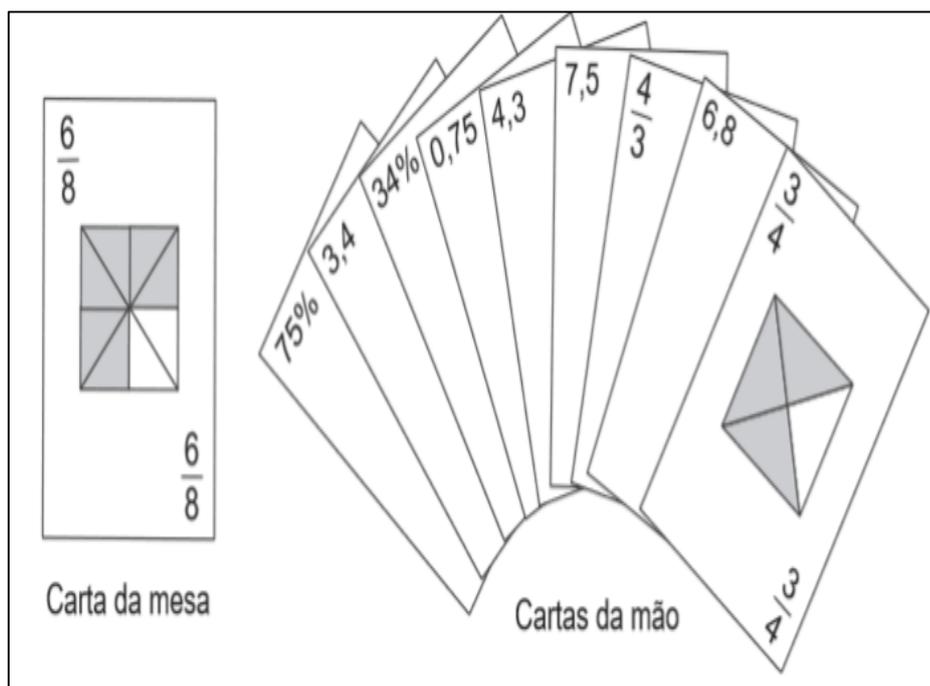
Participação e dúvidas dos alunos:

Os alunos estavam conversando na hora da explicação e não entenderam que os exercícios seriam exemplos de fixação do conteúdo e perguntaram se seria um instrumento avaliativo, se a professora iria dar o visto o caderno.

Sugestões: Para melhorar a aula, poderia ser aplicado jogos didáticos para verificar a aprendizagem dos alunos sobre os conteúdos.

Como exemplo, um modelo de cartas que poderíamos aplicar como jogo didático conforme *figura 3*, com perguntas e respostas sobre situações-problemas que auxiliem os alunos a fixarem o conteúdo e a desenvolverem habilidades de criar estratégias resolutivas.

Figura 3 - Jogo Didático para aulas de razão e proporção



Fonte: www.laboratoriosustentaveldematematica.com (2018).

Dependendo do conteúdo a ser ministrado, as cartas do jogo podem ser adaptadas para mostrar a aplicação do conteúdo de razão ou para o conteúdo de proporção.

3.2. Descrição e aplicação das atividades durante a pesquisa

3.2.1. Análise dos resultados da Avaliação Diagnóstica

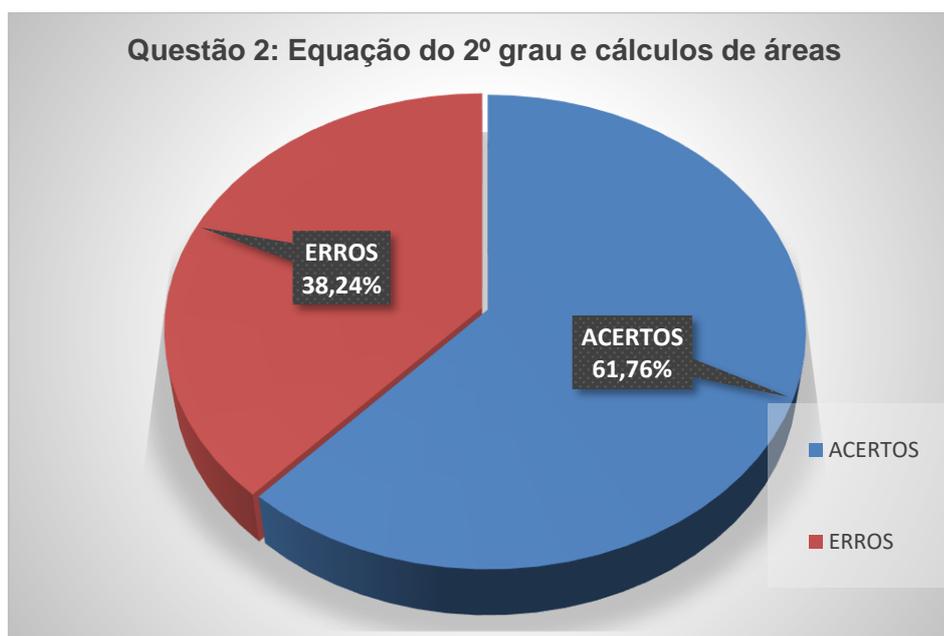
Antes da aplicação da pesquisa com a turma do 1 ano 2 do Ensino Médio sobre o estudo de equações do 2º grau através de material concreto e jogo didático envolvendo problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP, aplicamos a Avaliação Diagnóstica de Aprendizagem para verificar o nível de conhecimento em relação ao conteúdo de equações do 2º grau, se os alunos tinham conhecimento da fórmula resolvente de Bhaskara e o método da Soma e Produto para determinar as raízes da equação do 2º grau, conforme Apêndice A.

As cópias das Avaliações Diagnóstica de Aprendizagem respondidas por alguns alunos constam no Apêndice A.1.

A Avaliação Diagnóstica que consta no Apêndice A apresentava **questões de 1 à 4**. Sendo que a **questão 1**, solicitava que o aluno soubesse montar a equação do 2º grau e descrevesse a quantia que Carlos possuía através da interpretação das informações dadas a partir de uma incógnita e em seguida usasse seus conhecimentos prévios para achar a solução da equação para determinar o valor da quantia que Carlos possuía, utilizando a fórmula de Bhaskara ou método da Soma e Produto de raízes, verificamos que os alunos tiveram dificuldades em aplicar os métodos para encontrar as raízes, pois não se lembravam da fórmula correta, sendo que nenhum aluno conseguiu resolver, conseqüentemente não obtiveram a resposta correta.

Para a **questão 2**, propomos ao aluno que determinasse quantos metros de rodapé seriam necessários para colocar em uma sala, considerando que a sala era quadrada e possuía uma área de $49 m^2$ e que um dos lados possuía um porta de $2 m$, para resolver essa questão o aluno teria que demonstrar conhecimento de cálculos de áreas de figuras geométricas planas, perímetros e resolver equações do 2º grau do tipo incompleta, além de ter habilidade em interpretar o problema. Nessa questão, 21 alunos obtiveram o resultado correto, o que corresponde a cerca de 61,76% dos alunos, conforme *gráfico 1*.

Gráfico 1 – Situação-problema da Avaliação Diagnóstica



Fonte: AUTOR (2018).

Para a **questão 3**, foram dadas duas equações para que o aluno encontrasse suas respectivas raízes. Para tanto, foi pedido que eles escolhessem o método que tivessem mais facilidade, ou a fórmula resolvente de Bhaskara ou método da Soma e Produto, foi constatado que os alunos tiveram dificuldade em aplicar ambos os métodos de resolução de equação do 2º grau, pois nenhum aluno chegou ao resultado desejado, todos esqueceram a fórmula.

Para a **questão 4**, foram dadas duas equações para que o aluno encontrasse suas respectivas raízes, utilizando o método da Soma e Produto, para esse método foi informado aos alunos que procurassem identificar os coeficientes da equação primeiramente, percebi que eles souberam identificar os coeficientes a, b e c da equação, mas novamente não souberam aplicar a fórmula corretamente, conseqüentemente nenhum aluno chegou ao resultado esperado.

Verificamos pela Avaliação Diagnóstica que 38,24% dos alunos demonstraram dificuldades em interpretar os problemas propostos e que não tinham o domínio dos métodos resolutivos para determinar as raízes da equação do 2º grau, sendo necessário uma revisão desse conteúdo para sanar essa dificuldade.

3.2.2. Descrição das aulas

Aula 01 (Apêndice A.1)

Data: 17/05/2018

Serie/ turma(s): 1º ano 2

Conteúdo(s) abordado(s): Equação do 2º grau, Método de Bhaskara e Método de Soma e Produto.

Passo a passo da aula: Nessa aula, aplicamos a Avaliação Diagnóstica de Aprendizagem para verificar o nível de conhecimento dos alunos referente ao conteúdo e se houvesse a necessidade, seria ministrado uma aula de revisão sobre equações do 2º grau conforme Apêndice A, antes de abordarmos os problemas contextualizados de Prova Brasil, ENEM e OBMEP que constam no Apêndice B.

Primeiramente, realizamos a leitura da avaliação com os alunos, explicamos o que era solicitado em cada questão. Na **questão 1**, sendo comunicado que através das informações do problema, o aluno teria que determinar a equação e depois utilizar os métodos revisados de resolução de equação do 2º grau, fórmula de Bhaskara ou método da Soma e Produto para encontrar a quantia que Carlos possuía.

Na **questão 2**, realizamos a leitura do problema, lembrando a importância do aluno conhecer e estudar áreas de figuras planas, devido sua aplicação estar associada a outros conteúdos matemáticos.

Na **questão 3**, informamos aos alunos que utilizassem os métodos de resolução conhecidos para determinar as raízes de uma equação do 2º grau, ficando a critério do aluno escolher.

Na **questão 4**, indicamos que utilizassem o método da Soma e Produto para determinarem as raízes da equação do 2º grau.

Os recursos utilizados foram o quadro branco, pincel e apagador. Quanto à estratégia metodológica utilizada foram aula expositiva, pois explicava aos alunos o objetivo das questões à medida que fazia a leitura da Avaliação de Aprendizagem.

Participação e dúvidas dos alunos:

Os alunos se mantiveram atentos durante a leitura da Avaliação, mas no decorrer da realização da Avaliação conversavam bastante.

No decorrer da atividade, os alunos levantavam as mãos para tirar dúvidas das fórmulas para que ajudassem a responder as questões. Nesse caso, foi comunicado

que não haveria intervenção, apenas as dúvidas quanto aos enunciados foram elucidadas, pois precisava-se conhecer quais dificuldades encontradas na realização das questões para posterior aula de revisão do conteúdo.

A princípio os alunos ficaram preocupados por acharem que seria uma atividade avaliativa que se atribuiria uma nota, avaliação somativa.

Aula 02 (Apêndice A.2)

Data: 22/05/2018

Serie/turma(s): 1º ano 2

Conteúdo(s) abordado(s): Equação do 2º grau, Método de Bhaskara e Método de Soma e Produto.

Passo a passo da aula: Como foi verificado através da Avaliação Diagnóstica que os alunos tiveram bastante dificuldade em utilizar as fórmulas resolutoras da equação do 2º grau, revisamos o conceito de equação do 2º grau, informamos que o aluno deve observar o expoente de maior valor da incógnita que foi chamado de letra para facilitar o entendimento deles, pois ficaram confusos com o nome “incógnita”. A seguir, explicamos o conteúdo de equações, especificamente os temas sobre a fórmula geral da equação do 2º grau e seus coeficientes para forma completa:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Foi exemplificado que os coeficientes através de exemplos:

Exemplo 1: $3x^2 + 2x + 6 = 0$ onde $a = 3, b = 2$ e $c = 6$

Exemplo 2: $5x^2 - 7x + 29 = 0$ onde $a = 5, b = -7$ e $c = 29$

Explicamos que se a equação não apresentar todos esses coeficientes, esta seria uma equação incompleta conforme Anexo A.2 (figura 14).

O conteúdo abordado da fórmula resolutor de Bhaskara consta no Anexo A.2 (figura 15) e o método da Soma e Produto foi informado de acordo com o Apêndice A.2 (figura 16).

Os recursos utilizados foram o quadro branco, pincel e apagador. Quanto à estratégia metodológica utilizada foi apenas aula expositiva.

Participação e dúvidas dos alunos:

Durante a revisão do conteúdo, os alunos ficaram atentos e em silêncio.

Quando revisamos o método resolutivo da fórmula de Bhaskara, eles apresentaram dificuldades de entender como se determinar o discriminante da equação Δ (delta). Principalmente, nas operações matemáticas no que se refere ao “jogo do sinal” dos coeficientes.

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

Quando revisamos sobre o método da soma e produto, eles haviam informado que trocaram a expressão da soma das raízes. Ao invés de escreverem o método da Soma conforme o Apêndice A.2 (*figura 16*) como a expressão na forma de $S = -\frac{b}{a}$, os alunos confundiram a fórmula e escreveram $S = -\frac{b}{2a}$, conforme observado nas questões da Avaliação de Aprendizagem Diagnóstica.

Depois de revisado o conteúdo, revisamos as questões da Avaliação Diagnóstica conforme Apêndice A no quadro, para sanar as dificuldades quanto à aplicação das formulas adequadas, pois os alunos precisariam desses conceitos posteriormente para estudar as questões contextualizadas da Prova Brasil, ENEM e OBMEP conforme Apêndice B, nas aulas seguintes.

Eles apresentaram dificuldades de determinar as raízes x_1 e x_2 , utilizamos o método de Soma e Produto, pois eles não tinham habilidade de determinar com facilidade as raízes dos problemas. Exemplo:

Na questão 1, a quantia que Carlos possuía:

$$x^2 + 2x = 35$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

Os alunos identificaram os coeficientes: $a = 1, b = 2$ e $c = -35$

Quando realizamos as devidas correções no quadro, pelo método da Soma e Produto foi informado que:

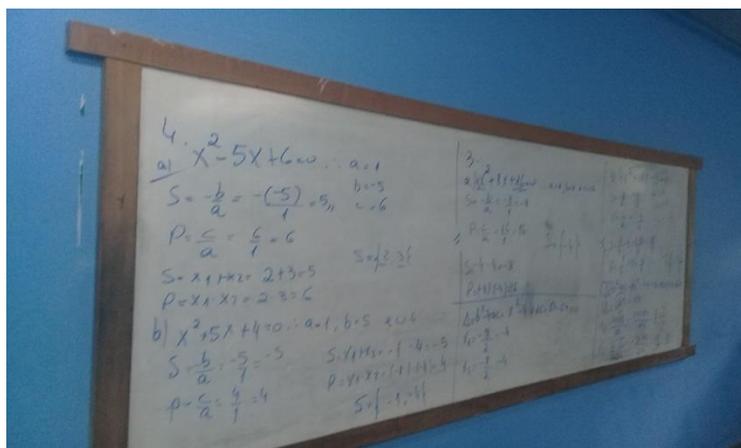
$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{35}{1} = -35$$

Os alunos tiveram dificuldades de encontrar $x_1 = 5$ e $x_2 = -7$. Não era imediato, essas operações mentais para se determinar as raízes exatas pelos alunos.

Então também foi corrigida as questões da Avaliação Diagnóstica pelo método de Bhaskara, para eles tirarem à prova e comprovarem que as raízes determinadas pelo método de Bhaskara quando somadas e multiplicadas resultariam nos mesmos resultados encontrados pelo método da Soma e Produto.

Figura 4 - Aula expositiva de equações do 2º grau ministradas no 1º ano 2



Fonte: AUTOR (2018).

Aula 03 e 04 (Apêndice A.3)

Data: 24 e 28/05/2018

Serie/turma(s):

Conteúdo(s) abordado(s): Equações do 2º grau

Passo a passo da aula: No início da aula, solicitamos aos alunos que se dividissem em grupos para que todos pudessem ter acesso ao material concreto durante às aulas. Em seguida, foi entregue a cada aluno, uma cópia dos problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau conforme Apêndice B.

Depois realizamos a leitura das questões contextualizadas das Prova Brasil, ENEM e OBMEP para os alunos verificarem as diferenças entre exercícios simples e problemas contextualizados e comprovarem a importância da compreensão das informações para se determinar a solução dos problemas.

Identificamos que alguns exemplos de aplicações do conceito de equações do 2º grau para resolver problemas do cotidiano como cálculos de salários, taxas monetárias, custo de produção, distâncias percorridas, cálculos de áreas, números de empregados de uma fábrica, onde era fornecido um valor exato. Foi ressaltado que a importância da utilização da equação do 2º grau.

Após a leitura dos problemas, os alunos constataram a necessidade de interpretarem o contexto do problema corretamente, de início os alunos não souberam extrair as informações dadas e nem fazer a associação de como aplicar o modelo matemático de equações do 2º grau estudado às situações propostas de acordo com os comentários da turma.

O propósito dessa aula foi fazer com que os alunos apenas identificassem a equação do 2º grau dos respectivos problemas contextualizados, utilizando o material concreto para facilitar a compreensão e interpretação dos problemas pelos alunos, conforme plano de aula consta no Apêndice A.3. Posteriormente, na próxima aula da pesquisa, os alunos desenvolveriam estratégias a partir dos métodos resolutivos da fórmula de Bhaskara ou método da Soma e Produto para determinar as raízes e encontrar a solução dos problemas.

Foi informado que as Provas de Vestibular e Concursos apresentam questões de níveis diferenciados, contemplam questões de nível fácil que utilizam apenas das fórmulas resolutivas, como no **problema 1** e **problema 3**. Enquanto as questões de nível intermediário e complexo precisam que os alunos compreendam o enunciado para criarem estratégias resolutivas, no caso do **problema 2**, **problema 4** e **problema 5**.

No **problema 1**, transcrevemos no quadro a equação geral no quadro:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Em seguida, solicitamos apenas que os alunos informassem a equação do 2º grau com base nos coeficientes dados pelo problema, sendo $a = 1$, $b = -7$ e $c = 10$.

Eles encontraram a equação corretamente:

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \quad (1)$$

Alguns alunos determinaram os coeficientes quando foram questionados e demonstraram conhecimento quanto ao tipo de equação, responderam que seria equação do tipo completo, pois apresentavam todos os coeficientes.

Para o **problema 2**, realizamos a leitura do enunciado e informamos que problemas contextualizados exigem atenção, percepção, clareza e compreensão do que está sendo solicitado.

Para facilitar a compreensão do **problema 2** e de acordo como o propósito da pesquisa foram introduzidos os quadros feitos de telas na aula como materiais concretos para auxiliar na resolução do problema, conforme Apêndice C (*figura 17*). Foram entregues aos alunos alguns quadros, onde mostramos que eles tinham formas

geométricas planas de um retângulo e que suas medidas de comprimento c seria 30 cm e sua largura l seria 20 cm , e que a área dos quadros apresentados seriam a medida de toda a superfície preenchida. O cálculo da área do retângulo (por coincidência a área dos quadros foram a mesma do problema 2). Sendo:

$$A = c \times l \Rightarrow A = 30\text{ cm} \times 20\text{ cm} \Rightarrow A = 600\text{cm}^2$$

Com a medida da área $A = 600\text{cm}^2$, solicitamos que os alunos informassem outras medidas de comprimento e largura que resultassem na mesma medida de área. Os alunos informaram que se o comprimento c fosse 12 cm e a largura l fosse 50 cm , a área dos quadros seriam a mesma, $A = 600\text{cm}^2$. Outros alunos informaram que se o comprimento c fosse 10 cm e a largura l fosse 60 cm , a área dos quadros mostrados conforme Apêndice C (*figura 17*) seria igual, $A = 600\text{cm}^2$.

De maneira que foi explicado aos alunos a importância de se utilizar os conceitos de equação do 2º grau em problemas de cálculos de áreas, pois se determina medidas de comprimento e largura exatas, pode-se aplicar a igualdade entre expressões com uma incógnita, assim determina-se um único valor que satisfaça a equação.

Foi utilizado o material concreto para relembrar as fórmulas da área e outros conceitos de figuras planas, que não são tão imediatos para o aluno que possuem dificuldade de associar conceito de áreas, de perímetros e os nomes corretos dos lados da figura. Além disso, explicamos que a área do retângulo é dada por duas dimensões, que o retângulo possui medidas dos lados diferentes e que a área do retângulo como vimos é toda superfície interna preenchida, conforme *figura 5*.

Figura 5 - Material concreto utilizado para explicar medida de área do retângulo



Fonte: AUTOR (2018).

Foi solicitado que o aluno identificasse no material concreto onde seriam a medida do comprimento c e a medida da largura l dos quadros de telas. Após a leitura do enunciado da questão, eles souberam indicar a medida de cada lado do quadro de acordo com o **problema 2**, conforme *figura 5*.

Procuramos relacionar o problema da área dos quadros com o **problema 2**, envolvendo cálculos de áreas, foi informado aos alunos que como era desconhecida a medida da largura e por ser menor seria chamada de x e a medida do comprimento por ser maior, seria 10 cm a mais que a largura, então foi solicitado que os alunos identificassem essas medidas mostrando nos quadros que tinham em mãos conforme *figura 5*, onde seriam a largura e comprimento do material concreto, formalizando esses conceitos importantes no estudo de áreas.

Os alunos identificaram no material concreto essas medidas como sendo largura, x , e comprimento, $x+10$. Após, essa construção da expressão da área do retângulo visualizado pelo material concreto, tornou-se mais fácil a associação do modelo matemático de equação do 2º grau. Eles descreveram a equação geral do **problema 2** como sendo:

$$x^2 + 10x - 600 = 0 \quad (2)$$

No **problema 3**, foi lembrado aos alunos que essa questão era conceitual, foi solicitado que eles utilizassem os dados do problema e identificassem a equação do 2º grau.

Mostramos aos alunos no quadro branco que a expressão dada pelo problema $C(x) = x^2 - x + 10$, tratava-se de uma função do 2º grau, onde x era a variável, mas quando substituiu-se o valor de $C(x) = 52$, igualando a um valor numérico, esta expressão se tornou uma equação do 2º grau.

Eles conseguiram visualizar depois da explicação a forma da equação:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Durante a explicação da questão, perguntamos aos alunos quais os coeficientes da equação, alguns tiveram dificuldade, mas quando foi transcrito o problema para o quadro, eles comentaram os cálculos e as operações. Informamos aos alunos que esse problema era um problema simples para que verificassem a falta de contextualização, os alunos perceberam apenas a utilização de fórmulas para resolver o problema.

$$C(x) = 52 \Rightarrow C(x) = x^2 - x + 10 \Rightarrow x^2 - x + 10 = 52 \Rightarrow x^2 - x - 42 = 0 \quad (3)$$

Eles determinaram $a = 1, b = -1$ e $c = -42$ como os coeficientes da equação do 2º grau $x^2 - x - 42 = 0$.

Na questão da OBMEP, **problema 4**, foram utilizados palitos de dentes que foram entregues aos alunos que estavam reunidos em grupos conforme Apêndice C (*figura 18*) para que eles montassem sequências de triângulos do problema. Foi informado que para determinar a equação do 2º grau obtida a partir do problema, os alunos teriam que determinar a soma dos n termos da sequência formada pelos palitos e que um desses triângulos era formado por 135 palitos, a princípio os alunos tiveram dificuldade de compreenderem o problema.

Primeiramente, pedimos para que os alunos reproduzissem as sequências de triângulos do formulário dos problemas contextualizados que eles tinham em mãos, conforme Apêndice (B) e montassem a sequência conforme Apêndice C (*figura 19*) para incentivar o raciocínio lógico matemático.

Em seguida, para os alunos exercitarem a ideia de sequência do problema através do material concreto, pedimos que construíssem uma nova sequência, a quarta sequência de palitos de dentes, que não havia sido dada pelo problema, para que os alunos percebessem o comportamento da sequência quanto aos lados de cada triângulo.

Os alunos realizaram a construção da sequência com os palitos e puderam comprovar que os lados de cada triângulo da sequência aumentavam em 3 unidades, eles chegaram à conclusão de que o número total de palitos referente aos lados da quarta sequência era formado por 12 palitos, conforme *figura 6*.

Figura 6 - Alunos construindo sequências de triângulos formados por palitos



Fonte: AUTOR (2018).

Os alunos conseguiram reproduzir a nova sequência e informaram que a sequência dada pelos lados de cada triângulo era formada pela PA: (3,6,9,12, ...).

A partir do problema contextualizado e da utilização de material concreto, foi introduzido o conceito de Progressão Aritmética (PA) na aula e foi possível comunicar aos alunos que os conteúdos matemáticos se relacionam, que na Matemática podemos resolver um problema aplicando outros conceitos, já que da progressão aritmética, originou-se a equação do 2º grau do **problema 4**.

Após a percepção dos alunos quanto à ideia de sequência numérica dos lados dos triângulos e a importância da conexão entre os conteúdos matemáticos, se retornou ao **problema 4** a fim de que os alunos determinassem apenas a equação do 2º grau do problema, foi determinado que a sequência formada pelos triângulos considerando a soma dos n termos da PA seguia a fórmula descrita no quadro branco:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Esclarecemos que a sequência de palitos dada pela progressão aritmética resultaria de: $S_n = \frac{n(1+n)}{2}$

Ao utilizarmos o material concreto propondo a interação com os alunos, notamos que o processo de compreensão do problema foi construtivo e permitiu que os alunos entendessem o modelo matemático proposto para se especificar a equação do 2º grau a partir da visualização do comportamento da sequência conforme abaixo:

$$3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + \dots + 3 \cdot n = 3 \cdot (1 + 2 + \dots + n) = \frac{3n(n+1)}{2} = 135$$

Desse resultado, transcrevemos no quadro a equação do **problema 4**:

$$3n^2 + 3n - 270 = 0$$

Procuramos informar que para determinar as raízes da equação e solução do problema, os alunos devem simplificar ainda mais equação para facilitar determinar o modelo matemático da equação do 2º grau. A equação simplificada encontrada pelos alunos através do auxílio das operações matemáticas feitas no quadro branco foi:

$$n^2 + n - 90 = 0 \quad (4)$$

No **problema 5** da questão do ENEM, utilizamos o material concreto em forma de figuras geométricas planas para que os alunos fizessem a compreensão do problema, foi desenvolvido a figura retangular para representar o terreno da figura A e outra triangular representando o terreno 2 conforme Apêndice C (*figura 20*).

Para o terreno da figura B, procuramos demonstrar através do material concreto como estava representado esse terreno que se dividia em um segundo terreno

triangular, para que os alunos identificassem qual a área correta do terreno da figura B, foi citado aos alunos que ambos os terrenos tinham a mesma área.

Nesse problema, procurou-se através do material concreto de forma retangular conforme Apêndice C (*figura 20*), fazer com que os alunos extraíssem as informações dadas pelo problema como as medidas do comprimento e da largura do retângulo, chamado pelo problema de figura A.

Foi solicitado que um aluno identificasse para a turma através da interação com o material concreto de forma retangular quais as medidas dadas pelo problema e seus respectivos lados, conforme *figura 7*.

Figura 7 - Material concreto representando o terreno retangular



Fonte: AUTOR (2018).

Foi percebido que os alunos não tiveram dificuldades em identificar quais lados cada medida se referia, pois enquanto o aluno que estava à frente informava corretamente, os demais também respondiam que a medida do comprimento do retângulo do material concreto era o lado maior e a medida da largura era representada pelo lado menor.

Em seguida, foi escrito a área da *figura A* com a ajuda dos alunos no quadro:

$$A_1 = c \times l \Rightarrow A_1 = x(x + 7)$$

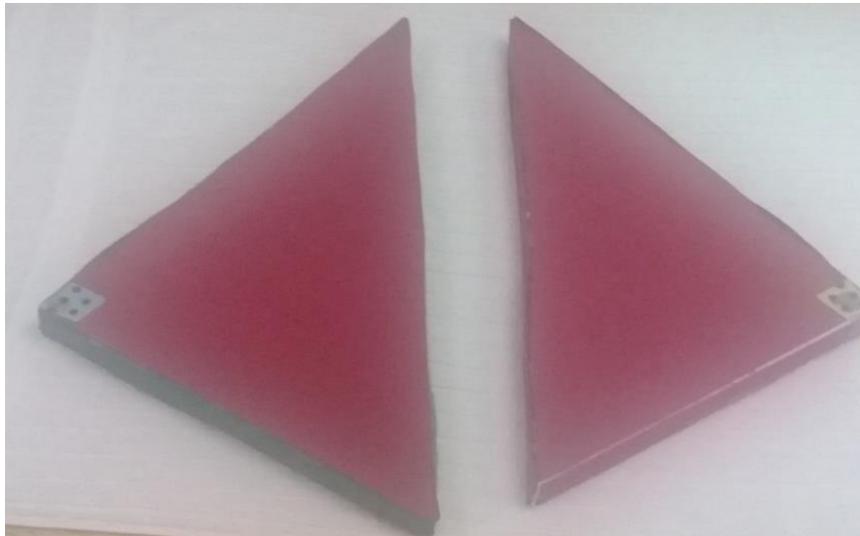
Quanto ao segundo terreno dado pela figura B, os alunos tiveram dificuldades de identificar qual o formato do terreno, quando foram questionados sobre a figura do

terreno 2 da figura B, eles não conseguiram visualizar qual figura geométrica do **problema 5** estava representando.

Em seguida, foi mostrado o material concreto conforme Apêndice C (*figura 20*), que esse terreno era dividido em outros dois terrenos, quando foram separados os dois terrenos, os alunos visualizaram imediatamente que a figura plana formou dois terrenos triangulares.

As duas figuras triangulares foram fixadas no quadro, conforme *figura 8* e os eles perguntaram como calcular a soma das áreas dessas duas figuras triangulares.

Figura 8 - Material concreto representando o terreno triangular



Fonte: AUTOR (2018).

Recordamos a área do triângulo ao aluno: $A = \frac{bxh}{2}$

Em seguida, pedimos aos alunos para calcularem a área desse terreno a partir das medidas dadas pelo **problema 5** e os alunos com a ajuda do material concreto identificaram a base e altura (associando ao conceito de comprimento, largura) de cada um dos triângulos, depois escrevemos no quadro a área do terreno 2:

$$A_2 = \frac{15 \times 15}{2} + \frac{21 \times 3}{2} = 144 \text{ cm}^2$$

Em seguida, foi realizada a leitura do problema novamente e solicitado que os alunos encontrassem a equação do 2º grau do **problema 5**, mostramos que:

$$A_1 = A_2$$

Enquanto transcrevemos as expressões do problema no quadro, foram feitas perguntas aos alunos sobre a expressão de cada área dos terrenos e eles responderam que haviam encontrado:

$$x^2 + 7x = 144$$

Organizamos os coeficientes no primeiro membro, destacando a equação do **problema 5** que foi transcrita no quadro para percepção dos alunos:

$$x^2 + 7x - 144 = 0 \quad (5)$$

Observamos que os alunos estavam mais seguros quanto a resolução dos problemas contextualizados, pois com o auxílio do material concreto entenderam o contexto de cada problema.

Após a compreensão dos problemas contextualizados com o suporte do material concreto para facilitar não só na interpretação dos problemas, mas também para facilitar a criação de estratégias resolutivas dos problemas e de posse de todas as equações do 2º grau dos problemas contextualizados (Apêndice B), foi solicitado que os alunos resolvessem as equações do 2º grau através dos métodos de Bhaskara e método de Soma e Produto para encontrar as raízes e de acordo com o enunciado de cada questão, determinassem a solução dos problemas.

Foi informado aos alunos que seria realizado um jogo didático com base na resolução dos problemas contextualizados propostos de equações do 2º grau com suporte dos materiais concretos que foram apresentados durante as atividades realizadas para incentivá-los a responderem as situações-problemas após a definição das equações do 2º grau a partir da interação dos materiais concretos.

Participação e dúvidas dos alunos:

Os alunos conversaram a princípio, mas ao serem informados que problemas contextualizados como os estudados na aula, constam em provas de vestibular e concursos e que seria crucial que eles desenvolvessem o raciocínio lógico e a compreensão e interpretação de problemas, alguns ficaram atentos.

Quando os alunos foram informados que seria realizada atividade avaliativa valendo nota e o jogo didático com os problemas contextualizados, eles ficaram em silêncio.

Quando entregamos a cópia para cada um dos alunos dos problemas contextualizados (Apêndice B), alguns alunos disseram que “as questões eram grandes”.

No **problema 1**, quando eles identificaram os coeficientes da equação do 2º grau, tiveram dificuldades de aplicar o jogo de sinal para determinar a equação geral.

No **problema 2**, eles tiveram dificuldades em representar os lados do retângulo por uma incógnita, esperavam um valor numérico, mas quando foram informados que

essa incógnita por ser desconhecida teria que ser atribuída uma letra qualquer, foi adotado x . Sabiam a área do retângulo com base na interpretação do material concreto, mas quando perguntados como o problema estava relacionado com equações do 2º grau não responderam a princípio.

Quando mostramos as questões de cálculo de áreas promovendo a interação dos alunos com o material concreto e representando as fórmulas no quadro, quando eles foram questionados novamente qual a expressão obtida com área do retângulo, eles responderam que era uma equação do 2º grau com mais segurança.

No **problema 3**, os alunos tiveram dúvidas quanto a expressão do custo $C(x)$, por não aparecer zero imediatamente depois da igualdade, eles disseram que não parecia uma equação do 2º grau, mas quando foram informados que a expressão $C(x)$ era uma função, mas quando fixamos o valor do custo de produção como sendo 52 mil reais, então teríamos a expressão $x^2 - x + 10 = 52$, e que depois da organização dos valores numéricos, o termo independente seria $c = -42$.

No **problema 4**, os alunos tiveram dificuldade de determinar a equação do 2º grau de início, porém, participaram de forma ativa com a interação do material concreto e quando perguntamos sobre o número de palitos dos lados da quarta sequência de triângulos, eles montaram a sequência e informaram que possuía ao todo 30 palitos e apenas 12 palitos dos lados.

Foi lembrado aos alunos que nos conteúdos matemáticos estão relacionados e que para resolução de um problema contextualizado deve-se fazer associações com outros conteúdos.

No **problema 4**, foi transcrita a sequência numérica dada pelos lados dos triângulos no quadro para que os alunos tivessem a compreensão do problema, os alunos estavam atentos e em silêncio. A partir do momento que compreenderam o problema proposto, o que ocorreu quando explicamos a expressão que resultou da Soma dos n termos da progressão aritmética, ficou mais claro para os alunos identificarem a equação do 2º grau, eles começaram a responder as perguntas que foram feitas sobre os coeficientes e termo independente.

No **problema 5**, os alunos tiveram dificuldade de determinar a equação, porque não identificaram a área do terreno 2 da figura B, porque a princípio não enxergaram que eram duas áreas triangulares, mas quando fizemos a representação com material concreto, foi esclarecida as dúvidas dos alunos.

Sugestões:

Para melhorar a aula poderia ser utilizado problemas contextualizados voltados para diversas áreas de conhecimento, de modo a preparar o aluno do Ensino Médio para o mercado de trabalho através de outras situações problemas que explorem os temas transversais.

Brasil (2000, p. 10) afirma que:

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional explicita que o Ensino Médio é a “etapa final da educação básica” (Art.36), o que concorre para a construção de sua identidade. O Ensino Médio passa a ter a característica da terminalidade, o que significa assegurar a todos os cidadãos a oportunidade de consolidar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental; aprimorar o educando como pessoa humana; possibilitar o prosseguimento de estudos; garantir a preparação básica para o trabalho e a cidadania; dotar o educando dos instrumentos que o permitam “continuar aprendendo”, tendo em vista o desenvolvimento da compreensão dos “fundamentos científicos e tecnológicos dos processos produtivos” (Art.35, incisos I a IV).

E a metodologia de resolução de problemas contextualizados não deve ser utilizada apenas na construção de conceitos matemáticos de forma dissociada da realidade, mas voltada para ensinar os vários aspectos de natureza sócio-político-cultural em que os alunos estão inseridos conforme. Andrade (1998).

Também é importante salientar que a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc. (BRASIL, 1998, p.27)

A importância de trazer conteúdos das diversas áreas de conhecimento para a sala de aula, é que se torna necessário quando se pensa na formação dos alunos como um todo, a integração de saberes, pois ao ser submetido a problemas contextualizados de diversas áreas de conhecimento no estudo de conteúdos matemático, se fornece instrumentos para que ele seja capaz de resolver problemas através da tomada de decisão.

Aula 05 (Apêndice A.4)

Data: 29/05/2018

Serie/turma(s): 1º ano 2

Conteúdo(s) abordado(s): Definição de Equação do 2º grau; Métodos resolutivos das equações do 2ª grau, fórmula de Bhaskara e método da Soma e Produto

Passo a passo da aula: Nessa aula, realizamos o jogo didático para facilitar a compreensão dos problemas, fixar o conteúdo e desenvolver a capacidade dos alunos em criar estratégias de resolução envolvendo equações do 2º grau, despertando o interesse pela Matemática conforme Plano de Aula nº 5 (Apêndice A.4). Essa atividade também serviu como instrumento para medir a aprendizagem dos alunos.

O jogo didático aplicado com os alunos foi “Perfil das Equações do 2º grau” (Apêndice D) onde estudaram o conceito de equações do 2º grau e as fórmulas resolutivas para determinarem as raízes das equações encontradas com o auxílio do material concreto e colocando em prática os conhecimentos prévios sobre o conteúdo e a associação do modelo matemático de equações, a partir da compreensão de problemas contextualizados.

Essa atividade procurou despertar o interesse dos alunos pela Matemática promovendo a compreensão dos problemas contextualizados através do material concreto, inclusive durante o jogo didático os alunos prestaram atenção e respondiam as perguntas que eram formuladas dos problemas contextualizados interagindo com os objetos.

Os alunos estavam mais seguros quanto à resolução dos problemas contextualizados, pois na aula anterior eles haviam compreendido o que estava sendo proposto nos problemas e já haviam construído as equações do 2º grau de cada problema proposto da Avaliação de Aprendizagem, inclusive foi solicitado que eles procurassem determinar as raízes das equações do 2º grau através dos métodos estudados na aula anterior para treinassem os exercícios e participassem do jogo.

E conforme o Apêndice D, as perguntas do jogo se referiam aos problemas contextualizados do Apêndice B, e ainda foram inseridas perguntas que envolviam as operações matemáticas básicas e jogo de sinais, conceitos estes que os alunos possuem dificuldade de formalizar, à medida que se fazia perguntas referentes aos problemas propostos, utilizava-se os materiais concretos para descrever e relembrar a situação proposta, permitindo que os alunos determinassem as possíveis soluções.

As cópias das Avaliações de Aprendizagem respondidas por alguns alunos constam no Apêndice E.1.

No **problema 1**, os alunos souberam responder a primeira pergunta do jogo, verificando pela Avaliação de Aprendizagem (Apêndice E), eles só aplicaram a fórmula dada pelo enunciado, sem se confundirem e nem errarem os sinais da expressão de raízes.

No **problema 2**, que se tratava de medida de áreas, os alunos já sabiam que a solução não admitia números negativos. Foi evidenciado durante as correções da Avaliação de Aprendizagem (E) que os mesmos identificaram as duas raízes do problema, e que durante o jogo responderam como solução apenas a raiz positiva, atentaram para o fato de não existir medidas negativas.

No **problema 3**, desejava-se determinar o número de máquinas utilizadas na produção, os alunos sabiam que não podiam determinar como solução do problema, a raiz negativa, encontrada pelos métodos resolutivos, então responderam apenas a raiz positiva.

No **problema 4**, os alunos aplicaram os métodos resolutivos de Bhaskara para determinar as raízes da equação e determinar o número de palitos que formavam o lado de um dos triângulos da sequência, mais uma vez encontraram duas raízes uma positiva e outra negativa, mas como solução informaram apenas a raiz positiva do problema.

O mesmo ocorreu com o **problema 5**, constatamos pela Avaliação de Aprendizagem (Apêndice E), que a maioria dos alunos souberam determinar as duas equações do 2º grau, mas haviam prestaram atenção ao enunciado e determinaram apenas as raízes positivas, por se tratar de medidas e não existir medidas negativas.

A aula foi mais divertida e dinâmica devido aos questionamentos feitos pelos alunos quando os outros grupos respondiam as perguntas do jogo e competitiva pois os alunos estavam interessados em ganhar.

Participação e dúvidas dos alunos:

Todos os alunos participaram e se envolveram com o jogo, disseram que queriam ter mais atividades desse tipo e que foi pouco tempo.

À medida que foram feitas as perguntas aos grupos, percebemos que seus integrantes procuravam se unir para tentar achar as respostas corretas, pois eles estavam cientes que caso a equipe anterior errasse a pergunta, a mesma pergunta iria para o grupo da vez. Eles se reuniam e conversavam após a leitura das questões e tentavam resolver os problemas, conforme *figura 9*.

Figura 9 - Os alunos nos grupos fazendo os cálculos dos problemas



Fonte: AUTOR (2018).

Os alunos gostaram da dinâmica e do prêmio entregue não somente ao vencedor do jogo, mas para a turma, eles estavam curiosos perguntaram qual seria o brinde do jogo, mostrei as barras de chocolate conforme *figura 10*.

Figura 10 - Chocolates do brinde do jogo didático



Fonte: AUTOR (2018).

Percebemos que durante o jogo que os alunos de um grupo competiam com os outros dos demais grupos, pois todos estavam interessados em ganhar o jogo, conforme *figura 11*.

Figura 11 - Os alunos discordando da resposta dada por outro grupo



Fonte: AUTOR (2018).

O interessante foi que os integrantes do grupo tentaram fazer os devidos cálculos utilizando os materiais concretos disponibilizados, todos os integrantes participaram ajudando os demais, informando quando o colega fazia errado os cálculos, mostrando entusiasmo e trabalho em equipe. Enquanto isso, os demais grupos estavam atentos quando os minutos estipulados eram ultrapassados para a equipe da vez não responder o problema, eles mesmos reclamavam que a equipe já tinha passado do tempo, reclamaram “passado a vez”, conforme *figura 12*.

Figura 12 - Os alunos utilizando palitos para responderem sobre sequências



Fonte: AUTOR (2018).

Isso corrobora com que os autores teóricos como Vygotsky (1991) descrevem ao falar que o jogo contribui no processo de ensino-aprendizagem já que destaca as

interações que surge entre os alunos e de uma determinada situação proposta pelo jogo como contribuição positiva.

Observou-se que os alunos se entrosaram para fazer os cálculos, competiram entre si, mostraram domínio das regras do jogo, estavam familiarizados com os problemas propostos através do material concreto, tornaram-se parte do processo de aprendizagem, foram ativos durante a pesquisa tanto na construção do modelo de matemático que descrevesse a equação do 2º grau correta quanto na aplicação do jogo “Perfil das Equações do 2º grau”.

Após o uso de materiais concretos, eles estavam mais à vontade, participaram ativamente do processo e se envolveram na busca pelas soluções dos problemas.

Quanto ao conteúdo estudado, foi visto que os alunos reconheceram que nem toda raiz encontrada pode satisfazer os problemas, os alunos se questionaram quanto à resposta correta, no caso de cálculos das áreas no **problema 2** e **problema 5**. A questão do custo de produção na qual procurou-se determinar o número de máquinas produzidas, no **problema 3** e o número total de palitos que formavam o lado de um triângulo considerando uma sequência específica no **problema 4**, em todos esses problemas contextualizados, os alunos tiveram que refletir sobre o que era proposto, principalmente quando se depararam com raízes negativas.

Constatamos o interesse dos alunos ao desenvolverem os cálculos das questões, vendo a participação deles e como ficavam atentos a explicação dos colegas, conforme *figura 13*.

Figura 13 - Os alunos atentos a carta surpresa sorteada do jogo



Fonte: AUTOR (2018).

As atividades da pesquisa permitiram que os alunos utilizassem o material concreto e jogo didático como instrumentos facilitadores para compreender problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau, permitiram criar estratégias resolutivas e principalmente que desenvolvessem habilidades em determinar as soluções possíveis para os problemas.

Constatou-se a diferença no comportamento dos alunos em comparação ao estudo tradicional, com ênfase em ministrar conteúdos apenas para cumprir o planejamento de aula e as aulas da pesquisa que ao utilizar materiais concretos e jogo didático como instrumentos facilitadores, provocaram a participação e interesse dos alunos em resolver os problemas contextualizados.

As atividades propostas durante pesquisa promoveram a reflexão dos alunos sobre a necessidade de mudança em seus comportamentos se desejarem serem bem-sucedidos no estudo da Matemática.

Sugestões:

Sugerir aos alunos que façam uma revisão de literatura dos livros de séries anteriores sobre equações do 2º grau e métodos resolutivos, nessa revisão de literatura os alunos seriam levados a prática de resolução de problemas levando-os a uma compreensão mais eficiente e facilitando a aprendizagem dos conteúdos conforme por Onuchic (1999).

3.2.3. Aplicação da Avaliação de Aprendizagem aos alunos

Foi aplicada uma Avaliação de Aprendizagem conforme Apêndice E, as questões dessa avaliação foram referentes ao conteúdo ministrado durante as aulas da pesquisa sobre equações do 2º grau envolvendo problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP conforme Apêndice B.

Essa Avaliação foi aplicada nas turmas do 1º ano 2 do Ensino Médio. No Quadro 1, procuramos verificar os acertos e erros dos alunos nas resolução de cada questão proposta, bem como seus percentuais de acertos e erros.

As cópias das Avaliações de Aprendizagens respondidas por alguns alunos constam no Apêndice E.1.

Na Tabela 1, mostramos as notas dos alunos obtidas a partir dos dados quantitativos da Avaliação de Aprendizagem aplicada aos alunos durante a atividade do jogo didático.

Quadro 1 - Acertos e erros da avaliação de aprendizagem dos alunos

Questão	Qtde acertos	% acertos	Qtde erros	% erros	Comentários dos principais erros cometidos
1	33	100,0%	0	0,0%	Os alunos não apresentaram dificuldade nessa questão.
2	25	75,76%	8	24,24%	os alunos não determinaram todas as raízes e erraram o sinais das expressões x_1 e x_2 .
3	24	72,73%	9	27,27	os alunos não determinaram todas as raízes e erraram o sinais das expressões x_1 e x_2 .
4	20	60,61%	13	39,39%	os alunos não efetuaram corretamente o cálculo das raízes por dificuldades na divisão e por não apresentarem o cálculo da questão, apenas marcaram a opção.
5	21	63,64%	12	36,36%	os alunos não efetuaram corretamente o cálculo das raízes por dificuldades na divisão e por não apresentarem o cálculo da questão, apenas marcaram a opção.

Fonte: AUTOR (2018).

Tabela 1 - Notas dos alunos com a avaliação de aprendizagem

Notas	Qtde	%
0,0 2,5	5	15,15%
2,5 5,0	0	0%
5,0 7,5	5	15,15%
7,5 10,0	23	69,70%

Fonte: AUTOR (2018).

3.2.4. Análise dos resultados da Avaliação de Aprendizagem

Na correção da Avaliação de Aprendizagem do conteúdo, constatamos que no **problema 1** conforme consta no *Quadro 1*, os alunos não tiveram dificuldades em substituir os coeficientes da incógnita dados pelo problema e encontrar as raízes x_1 e x_2 , pois souberam aplicar a respectiva fórmula, usando o discriminante da equação delta (Δ).

Durante a Avaliação de Diagnóstica para o **problema 2** que consta no Apêndice A, verificamos que os alunos haviam esquecido da expressão para se determinar as raízes x_1 e x_2 , onde revisamos os métodos resolutivos da fórmula de Bhaskara e método da Soma e Produto. Quando realizamos a correção da Avaliação de Aprendizagem do conteúdo, observou-se que os alunos entenderam e aprenderam a fórmula correta de Bhaskara, porém em contrapartida, conforme especificado no *Quadro 1*, os alunos erraram ou esqueceram os sinais ao aplicar a fórmula resolutiva.

O mesmo aconteceu para o **problema 3** conforme especificado na *Quadro 1*, os alunos erraram ou esqueceram os sinais ao aplicar a fórmula resolutiva de Bhaskara. Mas analisando as resolução, percebeu-se que o mesmo não ocorria nas resolução dos demais problemas contextualizados, o que pode constatar como falta de atenção dos alunos.

Para o **problema 4** e **problema 5** no *Quadro 1*, quando afirmamos ter verificado durante as correções desses problemas como principais erros, o fato de alguns alunos não efetuarem corretamente o cálculo das raízes por dificuldades na divisão, foi devido observamos que alguns deles usaram a fórmula resolutiva de Bhaskara corretamente e conseguiram determinar o discriminante, mas na hora de informar x_1 e x_2 , não tinham o domínio da operação de divisão, não sabiam as operações matemáticas básicas.

E outra parte dos alunos, não tiveram o interesse de efetuar os cálculos dessas questões, embora tivessem realizados nas demais, determinaram apenas os coeficientes e a forma da equação do 2º grau do problema com facilidade, mas no final apenas selecionaram a opção correta, nesses casos, foi atribuída uma nota inferior a questão da Avaliação, por isso houve uma diminuição nas notas de alguns alunos conforme *Tabela 1*, ficando com nota entre 5,0 e 7,5 pontos.

Quanto aos alunos que ficaram com notas entre 0,0 e 2,5 pontos, conforme *Tabela 1*, foi devido ao fato que todos os 5 alunos não mostraram nenhum cálculo dos

problemas, apenas marcaram a opção correta. Logo como não foi possível verificar a compreensão, interpretação dos mesmos e nem quais foram as estratégias de resolução dos problemas para se determinar a opção correta, ficaram com nota baixa.

Com o resultado de 69,70% dos alunos, obtiveram uma nota entre 9,0 e 10,0 pontos, conforme *Tabela 1*, evidenciou-se que o uso de material concreto e jogo didático no estudo de equações do 2º facilitou a aprendizagem dos alunos.

Para melhoria do rendimento dos alunos em relação a metodologia do material concreto e jogo didático abordados na pesquisa, observamos que o número de aulas disponibilizado pelo professor acolhedor foi curto, considerando o pouco tempo de cada aula, o que não permitiu utilizar o material concreto para mostrar outros exemplos de problemas contextualizados do cotidiano.

Outra sugestão para melhorar a aprendizagem dos alunos e diminuir suas dificuldades quanto aos conceitos e aplicações dos conteúdos matemáticos é que após a abordagem de novos conteúdos matemáticos, os alunos tenham a oportunidade de relacioná-los às situações do cotidiano através de atividades extraclasse em conjunto com professores de outras disciplinas.

Constatou-se que o resultado de 30,30% (soma dos percentuais das notas abaixo de 7,5 pontos dos 10 alunos) conforme *Tabela 1*, deveu-se também ao comprometimento dispensado a matéria por cada aluno, a falta de interesse em participar das aulas como foi observado durante a aplicação da pesquisa. Mesmo com toda dinâmica das aulas devido as metodologias adotadas, muitos alunos se mantinham apáticos e distantes por não gostarem da disciplina.

Outro ponto que observamos na Avaliação de Aprendizagem conforme Apêndice E, foi quanto às estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem as equações do 2º grau, constatou-se que todos os alunos utilizaram o método resolutivo de Bhaskara para determinar as raízes das equações dos problemas contextualizados, pois conforme eles haviam comentado durante a Avaliação Diagnóstica, esse método é imediato, por já determinar as duas raízes exatas. Enquanto que, se tivessem aplicado o método da Soma e Produto teriam que fazer as devidas operações matemáticas e correrem o risco de errarem ao determinarem as raízes dos problemas, pois ocorre do resultado da Soma e Produto de raízes retornar números na forma de fração.

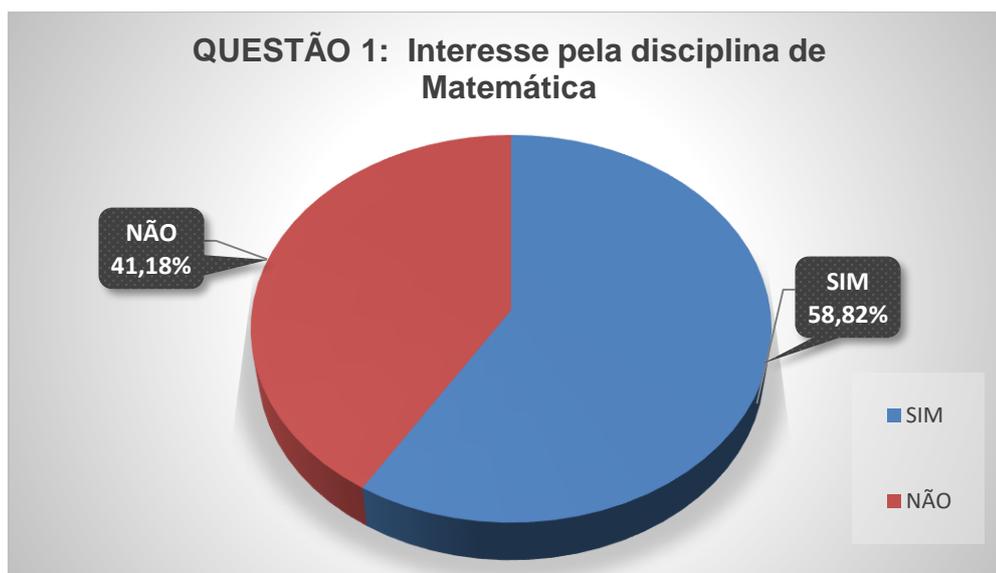
3.2.5. Análise dos resultados do Questionário para avaliar contribuição da metodologia aplicada

Foi realizada uma avaliação descritiva dos resultados do questionário aplicado aos alunos no final da pesquisa, conforme Apêndice F.

As cópias dos questionários aplicados aos alunos no final da pesquisa respondidos por alguns alunos constam no Apêndice F1.

Na **questão 1**, os alunos foram questionados se gostavam da disciplina e 58,82% dos alunos responderam que sim. Mais um número significativo da turma, quase metade da turma, 41,18% dos alunos informaram não gostar da disciplina, conforme o *gráfico 2*.

Gráfico 2 - Interesse do aluno pela disciplina de Matemática



Fonte: AUTOR (2018).

Muitos autores afirmam que o desinteresse dos alunos é proveniente de sua relação com a matéria, muitos alunos não gostam da disciplina por considerá-la de difícil compreensão.

Quando os alunos desgostam da disciplina de Matemática, eles não priorizam buscar conhecimento, observou-se alguns aspectos negativos nesses alunos durante a pesquisa como: a falta de atenção às aulas, não participam das atividades, não realizam os exercícios, não desenvolvem os cálculos das questões e dificilmente esses alunos dispõem tempo para estudar e desenvolverem suas habilidades de

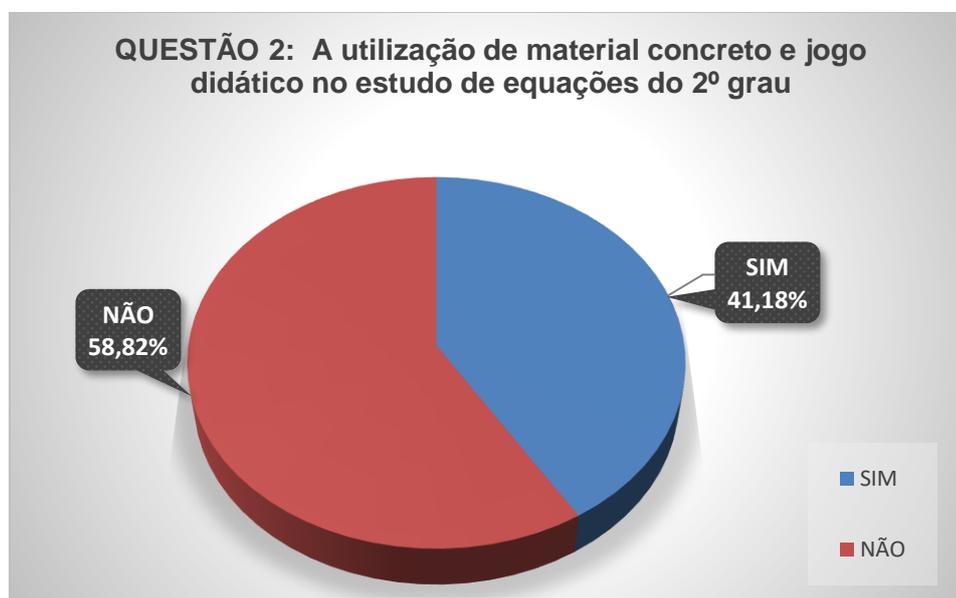
resolver problemas do cotidiano utilizando a Matemática como ferramentas, fora da sala de aula.

Na educação escolar, nem sempre os alunos querem aprender. A obrigatoriedade da matrícula coloca-os nas salas de aula, eles tornam-se amigos de alguns de seus colegas e passam a querer ir à escola. Mas a busca do conhecimento tem sofrido ao longo da história da instituição social escolar certo desencanto que vem dar na dissolução do desejo de aprender e que não favorece o enigma (WACHOVICZ, 2009, p.18).

Foi evidenciado que ao planejarmos a aula, devemos propor metodologias diferenciadas, que despertem o interesse dos alunos, que oportunizem o aprendizado dos conteúdos matemáticos de maneira mais prazerosa ao mesmo tempo que desmistifique a ideia que a disciplina é chata e difícil.

Na **questão 2**, foi perguntado aos alunos do 1º ano 2, se haviam estudado o conteúdo de equações do 2º grau com a utilização de material concreto ou jogo didático e 58,82% dos alunos, mais da metade da turma não haviam estudado este conteúdo com essas metodologias, conforme *gráfico 3*.

Gráfico 3 - A utilização de material concreto/jogo didático durante a pesquisa



Constatou-se que quando o professor não utiliza materiais concretos na sala de aula, ele abre mão de uma importante ferramenta para os alunos fazerem as devidas associações dos conteúdos matemáticos e construir novos saberes, conforme afirma Piaget (1975).

Foi evidenciado que o professor quando não adota atividades lúdicas em sua prática docente, ele não desenvolve certas competências acadêmicas nos alunos como por exemplo: não ensinam seus alunos a seguirem regras, a competirem de forma saudável, não promovem o espírito de liderança, negociação, comunicação, concentração e respeito as ideias dos colegas, conforme afirmam Vygotsky (1998) e Brasil (1998).

Um grande diferencial da pesquisa foi que procurou introduzir problemas contextualizados da prova Brasil, ENEM e OBMEP que eles não haviam tido conhecimento anterior, justamente para que eles pudessem se preparar e exercitar suas habilidades de resolver esses problemas e comprovar como a utilização de material concreto pode facilitar a compreensão de problemas mais complexos do cotidiano.

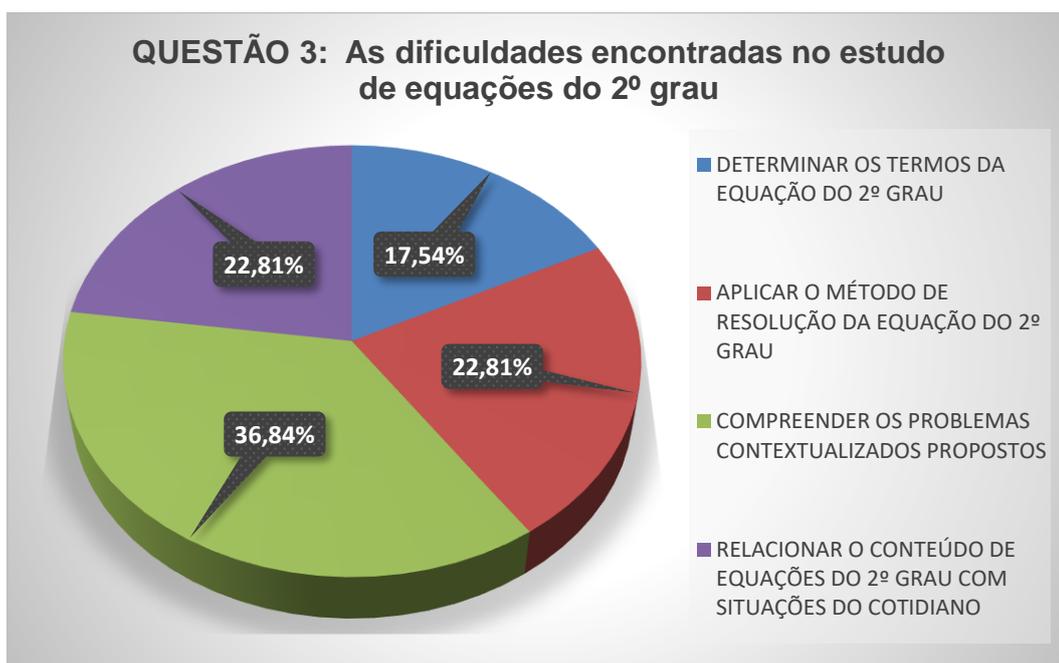
Na **questão 3**, perguntamos aos alunos quais foram as dificuldades encontradas no estudo de equações do 2º grau durante a pesquisa, verificou-se para a maioria deles, cerca de 36,84% dos alunos tiveram dificuldade de compreenderem os problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP trabalhados durante as aulas. Seguindo de 22,81% dos alunos tiveram dificuldade de relacionar o conteúdo matemático com situações-problemas do seu cotidiano e aplicar os métodos resolutivos de equações do 2º grau, conforme *gráfico 4*.

Percebemos que as dificuldades dos alunos não estavam relacionadas apenas com o conteúdo, mas sim com o enunciado da questão, ou seja, o contexto proposto para que os alunos aplicassem o conhecimento de equações do 2º grau. Quando o professor não desenvolve a capacidade dos alunos resolverem problemas contextualizados, essas dificuldades se perpetuam, à medida que os alunos avançam para as séries seguintes, criando um ciclo de deficiências de aprendizagens.

Polya (1987, p. 10) afirma que “é inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal ou quando o aluno tenta aplicar cálculos sem ter a compreensão do que realmente diz o problema, o aluno irá perder tempo, não chegará a lugar nenhum”.

Foi observado que mesmo sendo um conteúdo estudado na série anterior, no 9º ano do Ensino Fundamental, cerca de 17,54% dos alunos ainda apresentaram dificuldades em determinar e reconhecer os coeficientes da incógnita das equações do 2º grau, demonstrando falhas no processo de aprendizagem desses alunos, conforme *gráfico 4*.

Gráfico 4 - As dificuldades encontradas no estudo de equações do 2º grau



Fonte: AUTOR (2018).

Evidenciamos que nem sempre é imediato o processo de resolução de problemas de equação do 2º grau, o aluno precisa seguir uma série de passos para tentar criar estratégias resolutivas de um problema contextualizado. Segundo Brasil (1998, p. 50):

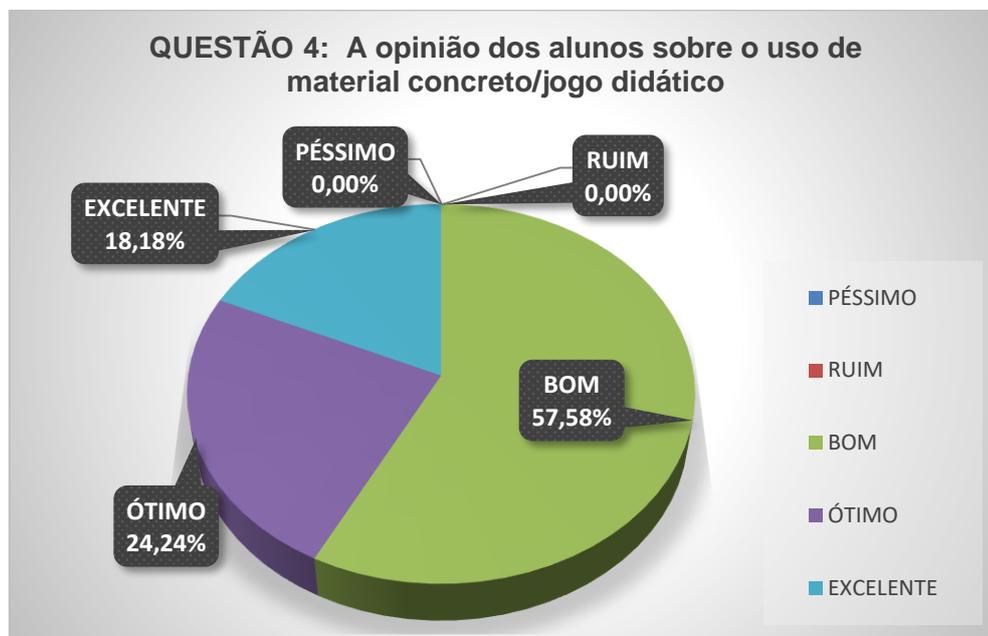
Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relações entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a "sintaxe" (regra para a resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p. 50).

Pretende-se que ao fim de todos esses passos, os alunos entendam que compreender o problema a sua volta é primordial para sua formação, caso contrário, corre-se o risco de que mesmo sabendo fórmulas e operações matemáticas, se não souber interpretar o problema adequadamente, fazendo associações com outros conteúdos matemáticos, eles não terão êxito em determinar a solução do problema.

Na **questão 4**, os alunos foram questionados se a utilização de material concreto ou jogo didático no estudo de equações do 2º grau auxiliou na compreensão e interpretação dos problemas contextualizados durante a pesquisa. A maioria dos alunos, cerca de 57,58% considerou boa a aplicação de material concreto ou jogo

didático para a auxiliar a compreensão e interpretação dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP, conforme *gráfico 5*.

Gráfico 5 - A opinião dos alunos quanto a utilização de material concreto ou jogo didático no estudo de equações do 2º grau



Fonte: AUTOR (2018).

Analisamos o *gráfico 5* e evidenciou-se que todos os alunos acreditam que material concreto e jogo didático são formas válidas para facilitar a compreensão e interpretação dos problemas contextualizados, pois o processo de aprendizagem torna-se mais dinâmico e eles podem ser mais participativos do que numa aula tradicional, meramente reprodutiva de conceitos teóricos.

Pode-se alinhar esse resultado ao fato de que o aluno associa a utilização de material concreto nas aulas, ao conceito de diversão, brincadeira e por ser diferente das aulas tradicionais, há maior envolvimento por parte dos alunos. E acrescenta-se ao fato de que o aluno percebe que o material concreto ou jogo desenvolvem uma percepção, clareza e organização do raciocínio, conforme Piaget (1975) e Brasil (1998).

Comprovou-se que a utilização de material concreto e jogo didático é uma importante ferramenta de ensino que facilitou a compreensão e interpretação dos problemas, por que as atividades foram menos metódicas, à medida que partiram de situações da realidade, da manipulação de materiais concreto, enriquecendo conhecimentos prévios, conforme afirma Libâneo (1994).

Ao passo que trazer aulas prontas, seguindo etapas como ministrar um conteúdo novo, dando apenas exemplos simples, pode passar a impressão para o aluno de que a Matemática é uma disciplina meramente reprodutiva e rotineira, e irá embutir no aluno a falsa ideia de que para aprender a disciplina deve-se apenas decorar fórmulas conforme afirma Toledo e Toledo (1997, p.37):

Muitas vezes, os professores de matemática e mesmo os livros didáticos indicam uma nova unidade pela etapa da representação: em primeiro lugar, vem a definição (representação formal do conceito); depois, alguns exemplos; a seguir situações práticas em que se pode aplicar aquele conceito. Esse, acreditamos, é um dos grandes motivos pelos quais os alunos mesmo os de cursos do nível médio, acham que matemática é uma disciplina em que se devem decorar algumas regras e aplicá-las em situações de sala de aula, e que nada tem a ver com a vida prática. (TOLEDO & TOLEDO, 1997, p.37).

Quanto à aplicação do jogo didático, foi evidenciado que ele contribuiu muito na pesquisa, pois ajudou o aluno a fixar conceitos e com a ajuda do material concreto os alunos refletiram sobre a solução adequada do problema, se comunicaram e perguntaram mais, além de terem sido mais participativos, tornando a aula mais eficiente, fazendo com que os alunos gostassem da aula.

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. (BORIN,1996, p.9)

Salientamos que não podemos considerar as novas concepções pedagógicas para o ensino dos conteúdos matemáticos, entre elas materiais concretos e jogos didáticos, sem traçar os objetivos que se desejam alcançar ao ministrar esses conteúdos, precisa-se fazer o planejamento prévio das atividades, buscando apropriar-se dessas concepções como instrumentos para a prática educativa, lembrando que o foco principal no ensino da Matemática a ser considerado pelos professores devem ser os conteúdos, a maneira como os alunos formalizam os conceitos e como fazem adaptações desses conhecimentos, caso contrário, o uso de materiais concretos ou do jogo didático não surtirá efeito para facilitar a aprendizagem dos alunos.

Na **questão 5**, perguntamos qual era a opinião dos alunos quanto ao nível de dificuldades dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP que

foram estudados durante a pesquisa. Constatamos que cerca de 52,94% dos alunos acharam que os problemas contextualizados tinham o nível intermediário de dificuldade, cerca de 38,24% dos alunos acharam o nível dos problemas difíceis. E a minoria, como o esperado, 8,82% dos alunos, consideraram que os problemas contextualizados tinham um nível fácil, conforme *gráfico 6*.

Gráfico 6 - A opinião dos alunos sobre o nível dos problemas contextualizados propostos na pesquisa



Fonte: AUTOR (2018).

Observamos que a dificuldade dos alunos em estudar problemas contextualizados foi a compreensão do enunciado da questão, não perceberem qual conteúdo matemático está por trás do contexto e de não entenderem a matemática como linguagem.

A linguagem matemática não pode ser entendida como uma transcrição de códigos. Aprender a linguagem matemática significa mapear a realidade, desenvolvendo a capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, significar, com conceber, projetar. Valorizando a importância da linguagem na construção dos conceitos matemáticos, passamos a entender a matemática como linguagem. (KLUSENER, 2001, p.180)

Para Bakhtin (1992), a dificuldade dos alunos em interpretar um problema também deve-se ao fato deles não terem o hábito de leitura, não dispensarem tempo para estudarem os diversos gêneros de literatura e por não terem esse contato, lhes faltam o domínio e habilidades de relacionar os contextos desses gêneros à

Matemática, justificando assim suas deficiências de compreensão e interpretação dos problemas.

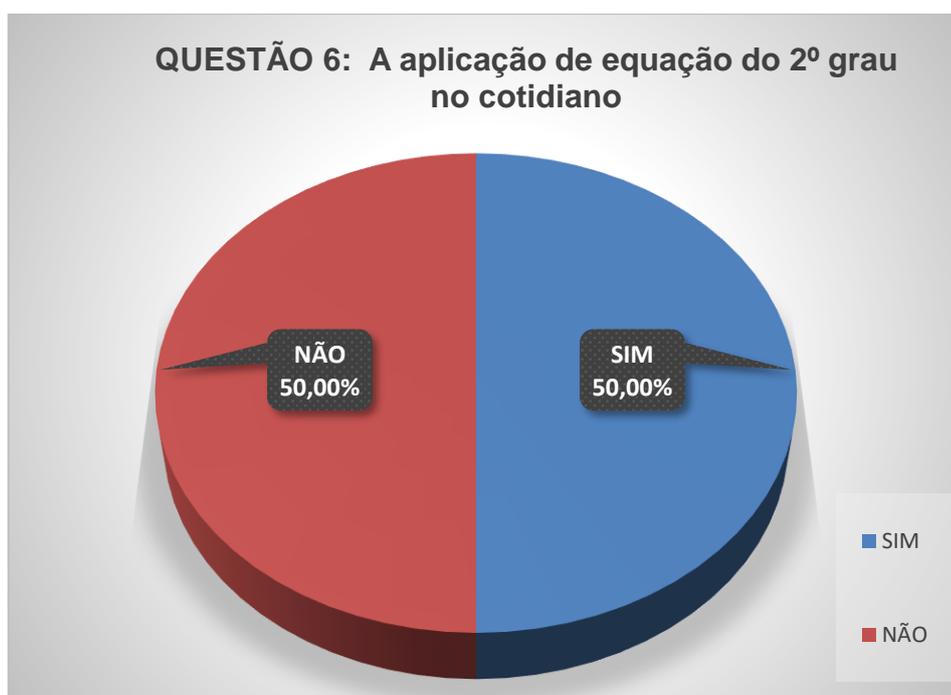
Klusener (2001, p.78) afirma que “não podemos dar receitas prontas para promover no aluno a capacidade de pensar e aprender, como também não podemos ensinar os alunos a decorar fórmulas símbolos ou conceitos, mas fazer com que ele seja capaz de entender seus significados”.

Procuramos através da pesquisa, propor que o aluno criasse o hábito de leitura e exercitasse seu potencial resolutivo de problemas, assim prepará-lo para enfrentar novos desafios.

No estudo de problemas contextualizados é importante que o aluno sempre busque contextos de autores diferentes, dessa forma ele terá a oportunidade de conhecer outras estratégias de resolução do mesmo problema, uma vez que “um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações” (BRASIL, 1998, p.41).

Na **questão 6**, os alunos foram questionados se conseguiriam identificar onde o conteúdo de equações do 2º grau poderia ser aplicado e metade da turma conseguiu identificar algumas aplicações no cotidiano com o auxílio da pesquisa, conforme *gráfico 7*.

Gráfico 7 - A aplicação de equações do 2º grau no cotidiano

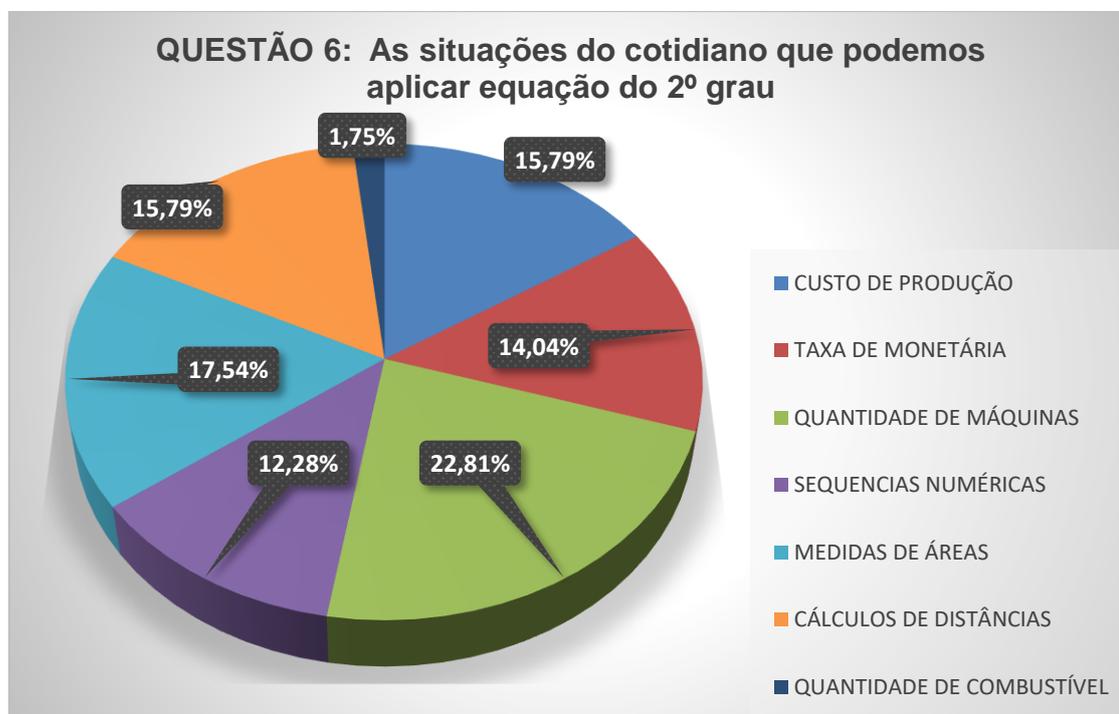


Fonte: AUTOR (2018).

Ainda na **questão 6** conforme *gráfico 8*, verificamos que a metade dos alunos que relacionaram as situações presentes no cotidiano à aplicação de equações do 2º grau, destacaram os exemplos comentados na sala de aula e foram capazes de reconhecer outras situações novas em que o conteúdo pode ser aplicado, mostrando que eles prestaram atenção e tiveram interesse na aplicabilidade do conteúdo e foram capazes de fazer suas próprias associações através de formalizações pessoais dos conceitos matemáticos. Os alunos identificaram como propostas de aplicação de equações do 2º grau:

- Custo de produção;
- Taxa de monetária;
- Quantidades de Máquinas;
- Sequências numéricas;
- Medidas de áreas;
- Quantidade de combustível

Gráfico 8 - As situações do cotidiano que se aplica equações do 2º grau



Fonte: AUTOR (2018).

Procurou-se relacionar o conteúdo matemático aos problemas do cotidiano, enriquecendo o conhecimento do aluno, propondo uma reflexão que esse conteúdo

pode ser aplicado em qualquer contexto, fazendo com que ele seja capaz de associar estratégias apenas transformando conceitos.

Por outro lado, um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizados, os conhecimentos devem ser descontextualizados, para serem novamente contextualizados em outras situações. Mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissolúvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos. (BRASIL, 1998, p.36)

Para Carraher, Carraher & Schliemann (1993), ao se ministrar um conteúdo matemático com suas regras, conceitos e pressupostos, nem sempre o aluno vai ter entendimento imediato de como aplicá-lo, a aprendizagem desses conceitos deve ser vinculada à observação de acontecimentos da realidade.

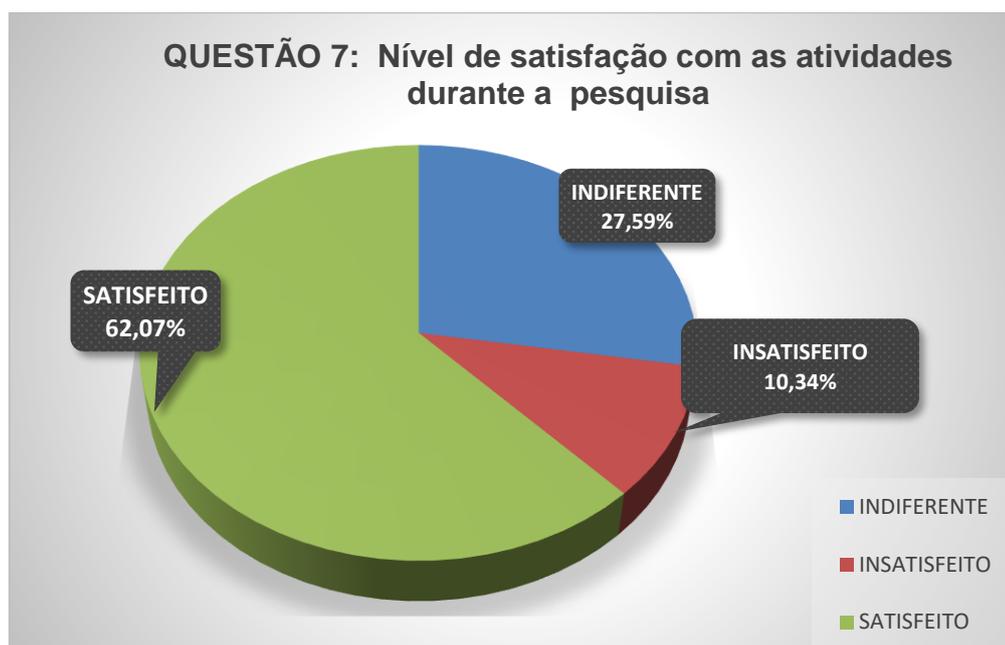
Mendes (2006, p.124), afirma que o “professor deve procurar resgatar as relações existentes na realidade que possam criar condições alternativas, visando a compreensão e intervenção nesse contexto social onde o conhecimento é produzido”.

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p.40)

Ao propor que os alunos fizessem relações do conteúdo de equações do 2º grau com a realidade, considerando os problemas contextualizados estudados como os alunos fizeram no questionário, incentivou-se que eles estudassem cada conceito não só olhando fórmulas, definições e exemplos, mas se perguntando em que situação poderiam aplicá-lo, o porque aquele conhecimento seria útil para sua vida, dando um significado maior ao aprendizado matemático.

Na **questão 7**, os alunos foram questionados quanto a satisfação com as atividades realizadas durante a pesquisa, não só a utilização de materiais concretos, jogo didático, mas também quanto a resolução de problemas contextualizados com ênfase na escolha dos problemas da Prova Brasil, ENEM e OBMEP, destacou-se que 60,71% dos alunos acharam satisfatória as atividades realizadas durante a pesquisa conforme *gráfico 9*.

Gráfico 9 - Nível de satisfação com as atividades realizadas pelos alunos



Fonte: AUTOR (2018).

Através desse resultado constatou-se que o professor deve acreditar em novas práticas, insistir no potencial do aluno em superar suas dificuldades, pois o domínio dos conteúdos matemáticos só ocorre quando o aluno se compromete em buscar respostas e percebem que a Matemática pode ser um instrumento de mudanças de atitudes tanto do professor quanto dos alunos e que ambos devem sair de sua zona de conforto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Primeiramente, gostaria de falar que a Matemática é uma via de mão dupla, que requer comprometimento tanto do professor ao ensinar quanto ao aluno que estuda.

O professor deve se conscientizar que deve procurar metodologias de ensino que facilitem a aprendizagem dos nossos alunos, que não surtirá efeito construtivo para o aluno, se na sala de aula, ele simplesmente expor um conteúdo e propor exercícios meramente com o objetivo de atribuir notas quando o propósito principal é dotar o aluno de conhecimentos formativos para a vida.

Ele deve procurar conhecer a realidade do aluno, verificar suas dificuldades e só após a esse entendimento do comportamento da turma, ele deve planejar sua aula adequando o conteúdo matemático às várias tendências metodológicas, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz, à medida que capacite o aluno a entender um problema prático do cotidiano, dando oportunidade de aplicar os conteúdos matemáticos, permitindo o desenvolvimento de habilidades que o torne agente ativo para criar estratégias de resultados, buscando e relacionando esses resultados, testando possibilidades e principalmente, fazendo com que reflita sobre a necessidade de se adaptar conhecimentos que o levem para fora dos muros da escola.

Acreditamos que todas as metodologias são importantes ao ensino da Matemática, pois são ferramentas que permitem ao professor mostrar aos alunos que estudar a disciplina pode ser prazeroso além de apresentar os conteúdos matemáticos através de outras perspectivas, permitindo que o aluno tenha uma infinidade de caminhos para se chegar ao entendimento do conteúdo.

Pensando nos métodos adotados pelo professor para ensinar os conteúdos, realizou-se essa pesquisa utilizando material concreto e jogo didático através de problemas contextualizados a fim de facilitar a compreensão e resolução desses problemas, pois acreditamos que utilizar tais metodologias são fundamentais ao propósito de preparar melhores alunos nesse caminho de serem agentes de seu conhecimento e principalmente, formarmos pessoas melhores, ao dotar os alunos de instrumentos para se sobressair diante dos desafios.

Durante a pesquisa através das atividades propostas constatamos que os alunos não estudam problemas contextualizados através de metodologias

diferenciadas com frequência em seu cotidiano, sendo comum a abordagem dos conteúdos matemáticos através de exemplos simples e aulas metódicas, o que traz prejuízos à aprendizagem dos alunos e dificultou a abordagem dos conteúdos matemáticos na pesquisa.

Percebemos que na Avaliação Diagnóstica que os alunos tiveram dificuldades em aplicar os conceitos de equações do 2º grau, interpretar e criar estratégias para se determinar as raízes dos problemas propostos e quando inicialmente se depararam com os problemas contextualizados mais complexos da Prova Brasil, ENEM e OBMEP, a serem estudados nas aulas posteriores da pesquisa.

Quando o material concreto foi mostrado ao aluno de acordo com cada problema proposto, fazendo com que visualizassem as informações dadas nos enunciados através dos materiais, eles extraíram os dados imediatamente, responderam aos questionamentos, relacionaram o modelo matemático e construíram as equações do 2º grau corretamente, comprovando que utilizar os materiais concretos nas aulas tornaram o processo de compreensão, interpretação e resolução dos problemas contextualizados mais fácil e menos doloroso para a turma.

A partir dessa experiência, identificamos que inserir o material concreto como instrumentos ajudaram os alunos à formalizarem e internalizarem os conteúdos matemáticos.

E ao final da pesquisa, comprovamos que o jogo didático permitiu aos alunos que criassem estratégias resolutivas para resolver os problemas através da adequada interpretação e compreensão do mesmo, sempre relacionando suas respostas ao material concreto, demonstrando que o conteúdo foi fixado corretamente e a capacidade de escolher um método resolutivo em detrimento de outro, mostrando o domínio do conteúdo.

Contatamos que a importância dessa pesquisa foi abordar metodologias diferenciadas que facilitaram a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e enriqueceram o conhecimento dos alunos, destacando a necessidade de se realizar cada etapa do processo resolutivo desde a compreensão, interpretação e coleta dos dados para resolução de problemas contextualizados. Além de que, a pesquisa promoveu a reflexão dos alunos quanto as suas capacidades e habilidades frente aos novos desafios propostos pelo professor.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. **Ensino aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas.** Rio Claro: 1998. Dissertação (Mestrado)-Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual Paulista.

BAKHTIN, M. M. **Os gêneros do discurso.** In Estética da criação verbal. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

BORGES, Pedro A. Pereira. **Matemática nas séries iniciais.** Ijuí:Ed. UNIJUÍ, 1989.

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática.** São Paulo:IME-USP;1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio): Bases Legais.** Brasília; 2000. Disponível em< <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>> Acesso em: 31 de maio de 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio): Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília; 2000. Disponível em< <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf> > Acesso em: 31 de maio de 2018.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. L. D. **Na vida dez, na escola zero:** os contextos culturais da aprendizagem da matemática. 7. ed. São Paulo: Cortez, 1993.

DAMACENO, D. S.; ALVES, V.; SANTOS, T. S. **A resolução de problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de matemática.** In: *Encontro de Produção Científica e Tecnológica, 2011.* Disponível em:< http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV045_MD_1_SA8_ID1015_08092015174356.pdf >. Acesso em 18 de março de 2018.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** São Paulo: Ática, 2009.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática: para estudantes de magistério e professores do 1º grau.** São Paulo: Ática, 1989.

FIDELES, Eduardo Cordeiro. **A OBMEP sob uma perspectiva de Resolução de Problemas.** 2014. 57 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado) – Curso de Matemática, Universidade de Brasília, 2014. Disponível em: <<http://repositorio.unb.br/handle/10482/17049>>. Acesso em: 04 de março de 2018.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática.** IN: Boletim SBEM - SP, 1990. 5-10p.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. **Uma abordagem histórica da equação do 2º grau.** In: Revista do professor de matemática, n. 43, 01 dez. 2000. Disponível em: <<http://www.rpm.org.br/cdrpm/43/4.htm> > Acesso em: 04 de março de 2018.

FREITAS, J. L. M; BITTAR, M. **Fundamentos e metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental.** 2. ed. Campo Grande: UFMS, 2004.

GARBI, Gilberto G. **O romance das equações algébricas.** 3ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

GOMES, Kalliane da Silva. **O uso de diferentes abordagens metodológicas na sala de aula de matemática: um exemplo com equação do segundo grau.** 2015. 65 f. Monografia (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, 2015. Disponível em: <<https://monografias.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/1979/6/Uso%20de%20diferentes%20Monografia%20Gomes.pdf>>. Acesso em: 04 de março de 2018.

GUELLI, Oscar. **Contando a história da matemática: história da equação do 2º grau.** 2.ed. São Paulo: Ática, 1993.

KLÜSENER, R. **Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos.** In: NEVES, I. C. B. et al. (Org.). Ler e escrever: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Ed. UFRGS, 2004.

LARA, I. C. M. **Jogando com a matemática do 6º ao 9º ano.** 4. ed. São Paulo: Editora Rêspel, 2011.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994. Disponível em:<
[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3004346/mod_resource/content/1/JC%20LIB
ANE0%20Didatica.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3004346/mod_resource/content/1/JC%20LIB%20ANE0%20Didatica.pdf) > Acesso em: 01 de junho de 2018.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores associados, 2006.

MAGINA, Sandra; SPINILLO, Aline Galvão. **Alguns “mitos” sobre a educação matemática e suas consequências para o ensino fundamental**. IN: Regina Maria Pavanello (Org). *Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: a pesquisa e a sala de aula*. São Paulo: Ed. SBEM, v.2, 2004. 7-36 p.

MENDES, I. Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Natal: Flecha do Tempo, 2006, v.1.120p.

MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa Social: Teoria, Método e Criatividade**. 21. Ed. Petrópolis: Vozes, 1994. Disponível em<
<https://wp.ufpel.edu.br/franciscovargas/files/2012/11/pesquisa-social.pdf> > Acesso em: 24 de março de 2014.

MOTTA, J. M. **Abordagem da equação do 2º grau através da resolução de problemas: uma aplicação no ensino fundamental**. 2000. 65 f. Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Matemática, do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina. Disponível em <
<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/97061> > Acesso em: 18 de março de 2018.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em educação Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Unesp, 1999. Disponível em <
[http://www.im.ufrj.br/nedir/disciplinas-Pagina/Lourdes Onuchic Resol Problemas.pdf](http://www.im.ufrj.br/nedir/disciplinas-Pagina/Lourdes_Onuchic_Resol_Problemas.pdf) > Acesso em: 31 de maio de 2018.

PAIS, Luís Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. São Paulo: Autêntica, 2006.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, Jean; INHLEDER, Bärbel; trad. Octavio Mendes Cajado. **A Psicologia da Criança**. Rio de Janeiro: DIFEL, 1978.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RABELO, Edmar Henrique. **Produção e interpretação de textos matemáticos: um caminho para melhor resolução de problemas.** 1995. 227 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Metodologia de Ensino, Universidade Estadual de Campinas, 1995. Disponível em:

<http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/253100/1/Rabelo_EdmarHenrique_M.pdf>.

Acesso em: 10 de março de 2018.

SANTOS, Luís Anderson de Moraes. **A utilização de material concreto no ensino de matemática: uma Experiência com o teodolito caseiro no ensino de trigonometria.** 2015. 88 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática, Universidade Federal de Rondônia – UNIR, 2015. Disponível em: <

[file:///C:/Users/Karla%20Holanda/Downloads/Utiliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20Material%20Concreto%20no%20Ensino%20de%20Matem%C3%A1tica%20-%20Um%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/Karla%20Holanda/Downloads/Utiliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20Material%20Concreto%20no%20Ensino%20de%20Matem%C3%A1tica%20-%20Um%20(2).pdf) >

Acesso em: 10 de março de 2018.

SILVA, L. A. **Ensino-aprendizagem da matemática através da resolução de problemas no ensino fundamental II.** Rios Eletrônica-Revista Científica da FASETE, v. 6, n. 6, p.49-55, dez. 2012. Disponível em:

<http://www.fasete.edu.br/revistarios/media/revistas/2012/ensino_aprendizagem_da_matem_atica_atraves_da_resolucao_de_problemas_no_ensino_fundamental_ii.pdf>. Acesso em:

10 de março de 2018.

SILVA, G. J. **Resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau.** 2012. 44 f. Monografia (Especialização) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 17 mar. 2011. Disponível em: <<http://dspace.unipampa.edu.br/bitstream/rii/1804/1/Resolu%C3%A7%C3%A3o%20de%20problemas%20envolvendo%20equa%C3%A7%C3%B5es%20do%20segundo%20grau.pdf>>.

Acesso em: 04 de março de 2018.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: como dois e dois, a construção da Matemática.** São Paulo: FTD, 1997.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. Tradução: José Cipolla Neto. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VALE, Alberton Fagno Albino. **As diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau**. 2013. 76 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática, Universidade Federal Rural do Semiárido, 2013. Disponível em: < <https://ppgmat.ufersa.edu.br/wp-content/uploads/sites/58/2016/02/Dissertação-Alberton-Fagno.pdf> >

Acesso em: 10 de março de 2018.

WACHOWICZ, Lílian Anna. **Pedagogia mediadora**. Petrópolis, Vozes, 2009

APÊNDICE A.1

Plano de aula nº 1

Aula 01

Data: 17/05/2018

Série/Turma: 1º ano 2

Conteúdo(s) abordado(s): Equações do 2º grau; Fórmula geral de resolução da equação do 2º grau; Estudo das raízes da equação do 2º grau; Relação de Girard.

Conceitos: Definição de equações do 2º grau, fórmula de Bhaskara, tipos de determinantes ($\Delta > 0$, $\Delta < 0$ e $\Delta = 0$), Soma e Produto de raízes do 2º grau.

Objetivo(s):

- Reconhecer equações do 2º grau;
- Utilizar a fórmula de Bhaskara para resolver problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau;
- Determinar as raízes de uma equação do 2º grau, conhecendo a soma e o produto delas.

Procedimentos Metodológicos: Aula expositiva e dialogada

Recursos didáticos: quadro branco, pincel e apagador.

Passo a passo da aula:

1º momento: Informaremos ao aluno sobre a pesquisa abordando o conteúdo de equações do 2º grau, que não será ministrado nenhum conteúdo novo e que no decorrer da pesquisa, o estudo de equações do 2º grau terá ênfase na utilização de material concreto e jogo para verificar a compreensão, interpretação e resolução dos problemas contextualizados.

2º momento: Aplicaremos a Avaliação Diagnóstica de Aprendizagem para verificar o nível de conhecimento dos alunos referente ao conteúdo e se houver a necessidade, será ministrado uma aula de revisão sobre equações do 2º grau conforme Apêndice A.

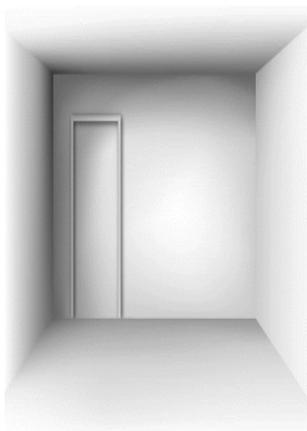
APÊNDICE A

Material de apoio a aula nº 1

AVALIAÇÃO² DIAGNÓSTICA DE APRENDIZAGEM

01.(ANDRINI, p. 61): O quadrado da quantia que Carlos possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é igual a R\$ 35,00. Quanto Carlos possui?

02. Quantos metros de rodapé serão necessários para uma sala quadrada de área de $49m^2$, sabendo que um dos lados da sala possui uma porta de 2 m de largura?



03. (BIANCHINI, p. 64): Calcule o valor da incógnita nas equações considerando $U= R$

a) $x^2 + 8x + 16 = 0$ b) $4x^2 + 11x - 3 = 0$

04.(BIANCHINI, p. 70): Resolva as equações pelo método da Soma e Produto de raízes.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $x^2 + 5x + 4 = 0$

² As questões da Avaliação Diagnóstica de Aprendizagem foram retiradas das seguintes fontes bibliográficas: ANDRINI, Álvaro; Vasconcelos; Maria José. **Praticando matemática**. 4 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015. BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. 7 ed - São Paulo: Moderna, 2011.

APÊNDICE A.1.1

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE APRENDIZAGEM

Foram inseridas atrás desta folha 5 cópias da Avaliação Diagnóstica de Aprendizagem respondidas pelos alunos do 1º ano 2

Figura 14 - Avaliação Diagnóstica nº 1

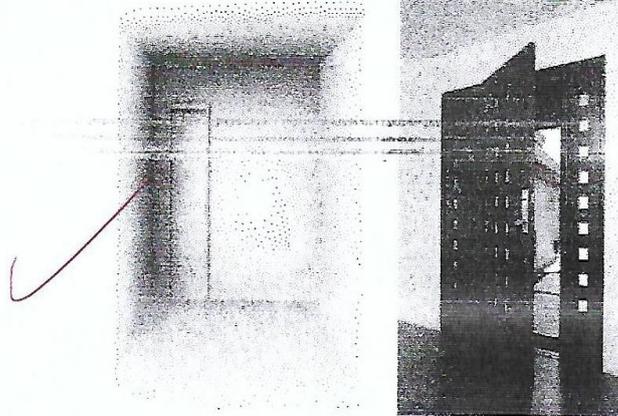
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE APRENDIZAGEM

01. (ANDRINI, p. 61): O quadrado da quantia que Carlos possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é igual a R\$ 35,00. Quanto Carlos possui?

$$\begin{aligned}x^2 + 2x &= 35 \\x^2 + 2x - 35 &= 0\end{aligned}$$

02. Quantos metros de rodapé serão necessários para uma sala quadrada de área de $49m^2$, sabendo que um dos lados da sala possui uma porta de 2 m de largura?

$$\begin{aligned}A &= 12 \\A &= 45 \\A &= \sqrt{49} \\A &= 7 \text{ cm}\end{aligned}$$



$$P = 28m - 2m$$

$$P = 26 \text{ cm}$$

03. (BIANCHINI, p. 64): Calcule o valor da incógnita nas equações:

a) $x^2 + 8x + 16 = 0$

b) $4x^2 + 11x - 3 = 0$

04. (BIANCHINI, p. 70): Resolva as equações pelo método da Soma e Produto de raízes.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 + 5x + 4 = 0$

Figura 15 - Avaliação Diagnóstica nº 2

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE APRENDIZAGEM

01. (ANDRINI, p. 61): O quadrado da quantia que Carlos possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é igual a R\$ 35,00. Quanto Carlos possui?

$$x^2 + 2x = 35$$

• fórmula Bhaskara ✓
• soma e produto

02. Quantos metros de rodapé serão necessários para uma sala quadrada de área de $49m^2$, sabendo que um dos lados da sala possui uma porta de 2 m de largura?

$$l = 7m \quad a = 7m \quad A = l^2 = 49m^2$$

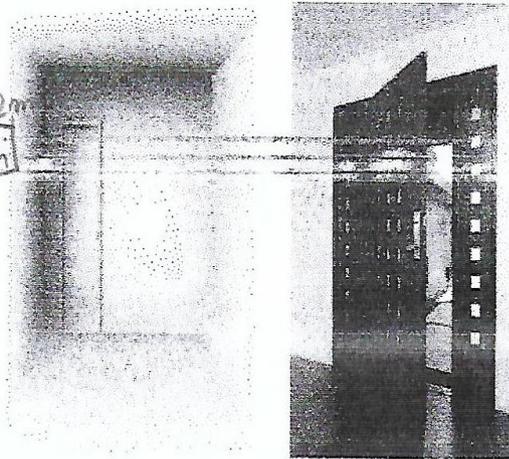
$$P = 28m - 2m = 26m$$

$$d = 49$$

$$d = \sqrt{49}$$

$$d = 7m$$

✓



03. (BIANCHINI, p. 64): Calcule o valor da incógnita nas equações:

a) $x^2 + 8x + 16 = 0$ $P = \frac{c}{a} = \frac{16}{1} = 16$ $b) 4x^2 + 11x - 3 = 0$ $P = \frac{c}{a} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$

$a = 1 \quad b = 8 \quad c = 16$ $a = 4 \quad b = 11 \quad c = -3$

$S = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 1} = \frac{-8}{2} = -4$ $S = \frac{-b}{2a} = \frac{-11}{2 \cdot 4} = \frac{-11}{8} = -\frac{11}{8}$

04. (BIANCHINI, p. 70): Resolva as equações pelo método da Soma e Produto de raízes.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$a = 1 \quad b = -5 \quad c = 6$

b) $x^2 + 5x + 4 = 0$

$a = 1 \quad b = 5 \quad c = 4$

Figura 16 - Avaliação Diagnóstica nº 3

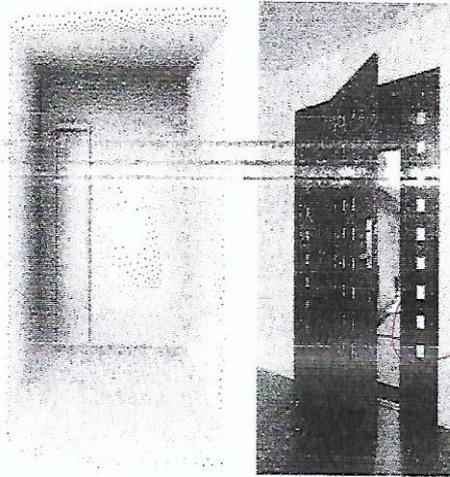
AValiação DIAGNÓSTICA DE APRENDIZAGEM

01. (ANDRINI, p. 61): O quadrado da quantia que Carlos possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é igual a R\$ 35,00. Quanto Carlos possui?

$$x^2 + 2x = 35 = 0 \quad \left| \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1 \right. \quad \left. \left| \frac{c}{a} = \frac{35}{1} = 35 \right. \right.$$

02. Quantos metros de rodapé serão necessários para uma sala quadrada de área de $49m^2$, sabendo que um dos lados da sala possui uma porta de 2 m de largura?

$$\begin{aligned} A &= l^2 \\ l^2 &= 49 \\ l &= \sqrt{49} \\ l &= 7m \end{aligned}$$



$$P = 28m - 2m =$$

$$P = 26m$$

03. (BIANCHINI, p. 64): Calcule o valor da incógnita nas equações:

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 8 \\ c &= 16 \end{aligned}$$

$$a) x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$b) 4x^2 + 11x - 3 = 0$$

$$S = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 1} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{16}{1} = 16$$

04. (BIANCHINI, p. 70): Resolva as equações pelo método da Soma e Produto de raízes.

$$a) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$b) x^2 + 5x + 4 = 0$$

Figura 17 - Avaliação Diagnóstica nº 4

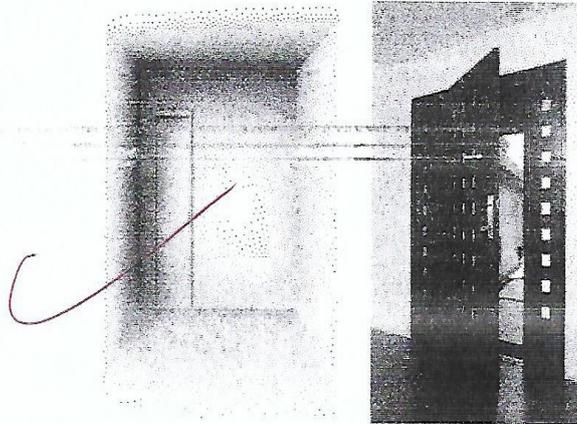
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE APRENDIZAGEM

01. (ANDRINI, p. 61): O quadrado da quantia que Carlos possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é igual a R\$ 35,00. Quanto Carlos possui?

$$x^2 + 2x = 35 \quad | \quad x^2 + 2x - 35 = 0$$

02. Quantos metros de rodapé serão necessários para uma sala quadrada de área de $49m^2$, sabendo que um dos lados da sala possui uma porta de 2 m de largura?

$$\begin{aligned} A &= l^2 \\ l^2 &= 49 \\ l &= \sqrt{49} \\ l &= 7m \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P &= 28m - 2m = \\ P &= 26m \end{aligned}$$

03. (BIANCHINI, p. 64): Calcule o valor da incógnita nas equações:

a) $x^2 + 8x + 16 = 0$

$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= 8 \\ C &= 16 \end{aligned}$$

b) $4x^2 + 11x - 3 = 0$

$$\begin{aligned} A &= 4 \\ B &= 11 \\ C &= -3 \end{aligned}$$

04. (BIANCHINI, p. 70): Resolva as equações pelo método da Soma e Produto de raízes.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= -5 \\ C &= 6 \end{aligned}$$

b) $x^2 + 5x + 4 = 0$

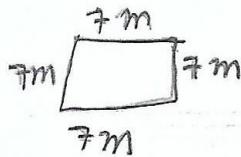
$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= 5 \\ C &= 4 \end{aligned}$$

Figura 18 - Avaliação Diagnóstica nº 5

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE APRENDIZAGEM

01. (ANDRINI, p. 61): O quadrado da quantia que Carlos possui, aumentado do dobro da mesma quantia, é igual a R\$ 35,00. Quanto Carlos possui?

02. Quantos metros de rodapé serão necessários para uma sala quadrada de área de $49m^2$, sabendo que um dos lados da sala possui uma porta de 2 m de largura?

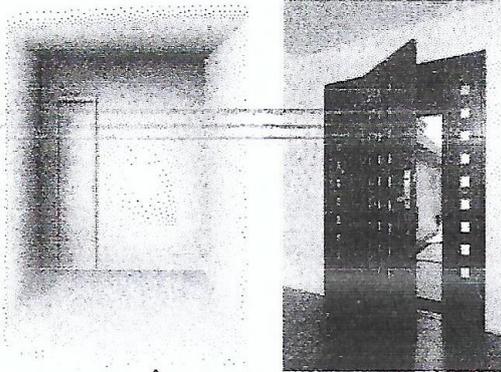


$$\Delta = L^2$$

$$L^2 = 49$$

$$L = \sqrt{49}$$

$$L = 7 \text{ cm}$$



$$P = 28 \text{ m} - 2 \text{ m}$$

$$P = 26 \text{ em}$$

03. (BIANCHINI, p. 64): Calcule o valor da incógnita nas equações:

a) $x^2 + 8x + 16 = 0$

b) $4x^2 + 11x - 3 = 0$

04. (BIANCHINI, p. 70): Resolva as equações pelo método da Soma e Produto de raízes.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 + 5x + 4 = 0$

APÊNDICE A.2

Plano de Aula nº 2

Aula 02

Data: 22/05/2018

Série/Turma: 1º ano 2

Conteúdo(s) abordado(s): Equações do 2º grau; Fórmula geral de resolução da equação do 2º grau; Estudo das raízes da equação do 2º grau; Relação de Girard.

Conceitos: Definição de equações do 2º grau, fórmula de Bhaskara, tipos de determinantes ($\Delta > 0$, $\Delta < 0$ e $\Delta = 0$), Soma e Produto de raízes do 2º grau.

Objetivo(s):

- Reconhecer equações do 2º grau;
- Utilizar a fórmula de Bhaskara para resolver problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau;
- Determinar as raízes de uma equação do 2º grau, conhecendo a soma e o produto delas.

Procedimentos Metodológicos: Aula expositiva e dialogada.

Recursos didáticos: quadro branco, pincel e apagador.

Passo a passo da aula:

1º momento: Ministraremos uma aula de revisão sobre o conteúdo de equações do 2º grau, será abordado o conceito, as formulas resolutivas de Bhaskara e as relações de Girard. Será representada a equação do 2º grau, identificando seus coeficientes, conforme Anexo A.2 (figura 14). Em seguida, será explicado como encontrar as raízes de equações do 2º grau a partir da fórmula geral resolutiva da equação do 2º grau, a fórmula de Bhaskara, descrevendo o discriminante da equação “ Δ ” e identificando como encontrar as raízes utilizando exemplo do livro didático conforme Anexo A.2 (figura 15).

2º momento: Revisaremos as Relações de Girard, descrevendo como encontrar as raízes a partir do método da Soma e Produto, conforme Anexo A.2 (figura 16).

ANEXO A.2

³Material de apoio a Aula nº 02

Segue os exemplos utilizados para aula ministrada

Figura 19 - Exemplos de coeficientes da equação do 2º grau

1 Conhecendo equações do 2º grau com uma incógnita

Considere a figura abaixo, cuja área total é $35 u^2$ (sendo u^2 a unidade de área) e cujos lados são dados na unidade u de comprimento.

A soma das áreas de suas partes é dada por $x^2 + 2x + 20$. Portanto:

$$x^2 + 2x + 20 = 35 \text{ ou } x^2 + 2x - 15 = 0$$

Observe que a equação obtida, $x^2 + 2x - 15 = 0$, tem uma só incógnita (a letra x) cujo maior expoente é 2. Ela é um exemplo de **equação do 2º grau com uma incógnita**.

Toda equação do 2º grau com uma incógnita pode ser reduzida à forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ (com } a \neq 0\text{)}$$

↳ Forma reduzida de uma equação do 2º grau

Os números reais a , b e c são os coeficientes da equação do 2º grau, sendo:

- a o coeficiente do quadrado da incógnita (coeficiente de x^2);
- b o coeficiente da incógnita (coeficiente de x);
- c o termo independente da incógnita.

Nos exemplos a seguir, as equações do 2º grau estão escritas na forma reduzida. Nelas, estamos destacando os coeficientes a , b e c . Observe.

- Na equação $5x^2 - 6x + 1 = 0$, temos: $a = 5$, $b = -6$ e $c = 1$
- Na equação $4x^2 + 9x = 0$, temos: $a = 4$, $b = 9$ e $c = 0$
- Na equação $2x^2 - 10 = 0$, temos: $a = 2$, $b = 0$ e $c = -10$
- Na equação $-5x^2 = 0$, temos: $a = -5$, $b = 0$ e $c = 0$

Uma equação do 2º grau é chamada de **completa** quando os coeficientes b e c são diferentes de zero e é chamada de **incompleta** quando $b = 0$ ou $c = 0$ ou, ainda, $b = 0$ e $c = 0$.

Nos exemplos acima, o primeiro item é uma equação completa, e os itens restantes são equações incompletas do 2º grau.

Fonte: BIANCHINI (2011).

³ Fonte bibliográfica utilizada durante a aula de revisão do conteúdo de equações do 2º grau: BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. 7º ed. São Paulo: Moderna, 2011. p.47.

4Material de apoio a Aula n.º 2

Figura 20 - Exemplos sobre a fórmula geral de resolução de equação do 2º grau

5. Fórmula geral de resolução da equação do 2º grau

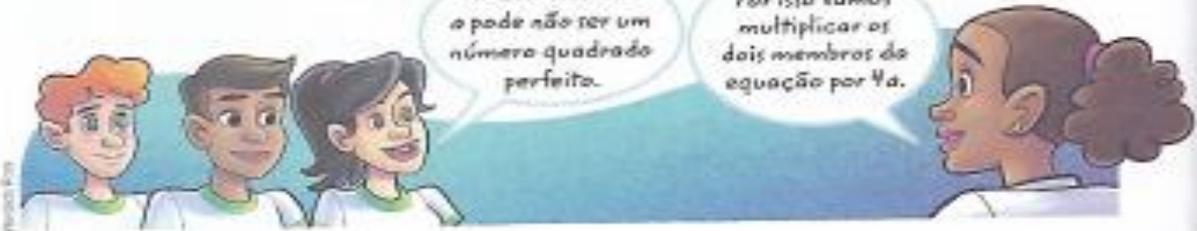
Há uma fórmula que permite resolver equações do 2º grau. Vamos obtê-la a partir do método de completar quadrados.

Partiremos da equação genérica $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

Nosso objetivo é obter um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro da equação.

O coeficiente a pode não ser um número quadrado perfeito.

Por isso vamos multiplicar os dois membros da equação por $4a$.



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

Observe a figura ao lado. O terceiro termo do trinômio deve ser b^2 .
Vamos somar b^2 a ambos os membros da equação:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 = b^2$$

Para que no primeiro membro da equação fique somente o trinômio quadrado perfeito, vamos subtrair $4ac$ de ambos os membros:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

Fatorando o trinômio quadrado perfeito, obtemos:

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

A expressão $b^2 - 4ac$ será representada pela letra grega Δ (delta).
Fazendo $\Delta = b^2 - 4ac$ na equação acima, temos:

$$(2ax + b)^2 = \Delta$$

Supondo $\Delta > 0$ vem:

$$2ax + b = \pm \sqrt{\Delta}$$

Subtraindo b de ambos os membros da equação:

$$2ax = -b \pm \sqrt{\Delta}$$

e, finalmente, dividindo ambos os membros por $2a$ para encontrar x :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

	$2ax$	b
$2ax$	$4a^2x^2$	$2abx$
b	$2abx$	b^2

Nessa fórmula, precisamos extrair a raiz quadrada de Δ .

- Se o valor de delta for um número negativo, $\sqrt{\Delta}$ não será um número real, e a equação não terá solução no conjunto \mathbb{R} .
- Se $\Delta = 0$, $\sqrt{\Delta} = 0$, e $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ fica $x = \frac{-b}{2a}$ e a equação terá somente uma solução.
- Se o valor de delta for um número positivo, aí a equação terá duas soluções reais.

Fonte: ANDRINI (2015).

⁴ Fonte bibliográfica utilizada durante a aula de revisão do conteúdo de equações do 2º grau: ANDRINI, Álvaro. **Praticando matemática 9º ano**. 4º ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015. p.54.

5 Material de apoio a Aula nº 2

Figura 21 - Método da Soma e Produto de raízes de equação do 2º grau

7. Soma e produto das raízes de uma equação do 2º grau

Escrevemos duas equações do 2º grau e suas raízes:

♦ $x^2 - 5x + 6 = 0$ tem como raízes $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$

$a = 1; b = -5$ e $c = 6$

Observe que:

$$x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5 \text{ e}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 3 = 6$$

♦ $x^2 + 2x - 3 = 0$ tem como raízes $x_1 = -3$ e $x_2 = 1$

$a = 1; b = 2$ e $c = -3$

Observe que:

$$x_1 + x_2 = -3 + 1 = -2 \text{ e}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -3 \cdot 1 = -3$$

Fazendo essa atividade, você perceberá que a soma das raízes e o produto das raízes têm alguma relação com os valores a , b e c . Vamos descobrir qual é essa relação? Acompanhe!

Copie e complete o quadro, encontrando primeiro as raízes x_1 e x_2 de cada equação.

Equação	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 3x - 10 = 0$ $a = 1; b = -3$ e $c = -10$				
$x^2 + 2x - 15 = 0$ $a = 1; b = 2$ e $c = -15$				
$x^2 - 5x + 4 = 0$ $a = 1; b = -5$ e $c = 4$				



Pela fórmula geral, as raízes de uma equação do 2º grau são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}. \text{ Então:}$$

$$\diamond x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a}$$

Finalmente:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\diamond x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{(-b + \sqrt{\Delta}) \cdot (-b - \sqrt{\Delta})}{4a^2}$$

$$= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

Como $\Delta = b^2 - 4ac$, temos:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2}$$

Finalmente:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Fonte: ANDRINI (2015).

⁵ Fonte bibliográfica utilizada durante a aula de revisão do conteúdo de equações do 2º grau: ANDRINI, Álvaro. **Praticando matemática 9º ano**. 4º ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015. p.62.

APÊNDICE A.3

Plano de aula nº 3 e 4

Aula 03 e 04

Data: 24 e 28/05/2018

Série/Turma: 1º ano 2

Conteúdo(s) abordado(s): Equações do 2º grau

Conceitos: A compreensão e interpretação de problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau; Definição de equações do 2º grau

Objetivo(s):

- Reconhecer a aplicação do conteúdo de equações do 2º grau a partir da compreensão e interpretação de problemas contextualizados;
- Descrever a equação do 2º grau nos problemas contextualizados;
- Desenvolver o potencial teórico e raciocínio lógico do aluno no estudo de problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau.

Procedimentos Metodológicos: Aula expositiva e dialogada, resolução de problemas e material concreto.

Recursos didáticos: quadro branco, pincel, apagador, material concreto.

Passo a passo da aula:

1º momento: Faremos a leitura das questões contextualizadas das Prova Brasil, ENEM e OBMEP para os alunos verificarem a diferenças de exercícios simples e situações-problemas conforme Apêndice B. Será mostrado que essas provas apresentam questões de níveis diferenciados, contemplam desde questões de níveis fáceis que são aquelas que utilizam apenas as fórmulas resolutivas e de níveis intermediários e complexos que precisam que os alunos compreendam o que se pede e criem estratégias resolutivas.

Informaremos que as questões de fácil aplicação como **problema 1** e **problema 3** precisam seguir apenas etapas e “aplicar a fórmula” corretamente, conforme o Apêndice B. Serão trabalhados os conceitos de discriminante e coeficientes no **problema 01**. Já no **problema 03**, será citada a importância da equação em mostrar valores exatos de acordo com valores de x escolhido. Nas

demais questões, utilizei o material concreto para facilitar a compreensão e interpretação do problema para que o aluno reconheça a equação do 2º grau referente as situações do cotidiano.

2º momento: Utilizaremos como material concreto, quadros feitos de telas para o **problema 2** conforme Apêndice C (*figura 17*) para que o aluno reconhecesse a relação existente entre equação do 2º grau e cálculos de áreas.

Informaremos aos alunos que os quadros que possuem medidas de comprimento e largura diferentes por se tratar de um retângulo, a área seria $largura(b) \times altura(h)$. Informe a medida da área das telas apresentadas como sendo $A = 30\text{ cm} \times 20\text{ cm} = 600\text{cm}^2$. Explicaremos que podemos encontrar medidas diferentes de comprimento e largura que resulte nessa mesma medida de área e solicitaremos que os alunos determinem outras medidas diferentes que apresentassem a mesma área. Ao mesmo tempo, a compreensão dos alunos quanto as figuras planas e suas medidas serão estudadas e retornando ao problema será proposto que identifiquem a largura e o comprimento informado pela questão da Prova Brasil e definam a equação do 2º grau dado pelo problema.

Na questão da OBMEP, **problema 4**, primeiramente os palitos de dentes serão entregues (por achar perigoso trabalhar com palitos de fósforo), conforme Apêndice C (*figura 18*) para que eles montem as sequências de triângulos e verifiquem o comportamento dos palitos que formam cada triângulo, para que eles observem quantos palitos formam o triângulo da próxima sequência, conforme Apêndice C (*figura 19*). Facilitaremos a aprendizagem quanto ao conceito de sequências e o raciocínio sequencial, associando o conteúdo de equações do 2º grau ao pedir que descrevam qual será a equação que relaciona a quantidade de palitos com o número de triângulos, conforme situação proposta pelo problema.

No **problema 5**, questão do ENEM, utilizaremos o material concreto em forma de figuras geométricas para que os alunos compreendam do problema, serão utilizadas as figuras retangular para representar o terreno 1 e outra triangular representando o terreno 2 conforme Apêndice C (*figura 20*). Para o terreno 2, será mostrado através do material concreto que esse terreno se divide em outro terreno triangular, será informado ao aluno que ambos os terrenos têm a mesma área. Nesse problema, abordaremos o conceito de áreas de figuras planas como o retângulo e triângulo para que os alunos descrevam a equação do 2º grau a partir da interpretação do problema e o auxílio do material concreto.

APÊNDICE B**PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS APLICADOS NAS ATIVIDADES COM MATERIAL CONCRETO E JOGO**

01. **(PROVA BRASIL- 2011, questão 10, pag.601):** Dada a expressão:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sendo $a = 1$, $b = -7$ e $c = 10$, o valor numérico de x é:

- (A) -5
- (B) -2
- (C) 2
- (D) 5

02. **(PROVA BRASIL - 2011, pág. 187):** Uma galeria vai organizar um concurso de pintura e faz as seguintes exigências:

1º) A área de cada quadro deve ser 600 cm^2 ;

2º) Os quadros precisam ser retangulares e a largura de cada um deve ter 10 cm a mais que a altura.

Qual deve ser a altura dos quadros?

- (A) 10 cm (B) 15 cm (C) 20 cm (D) 25 cm

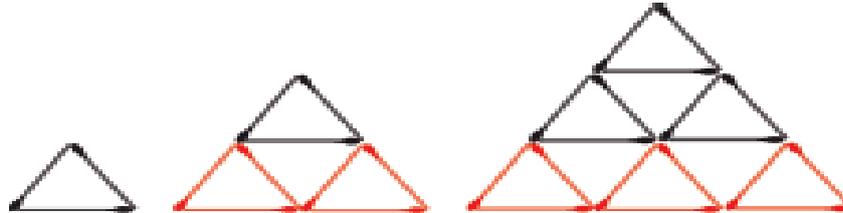


03. **(Prova Brasil-2013, questão p.10):** O custo de uma produção, em milhares de reais, de x máquinas iguais é dado pela expressão $C(x) = x^2 - x + 10$. Se o custo foi de 52 mil reais, então, o número de máquinas utilizadas na produção foi:

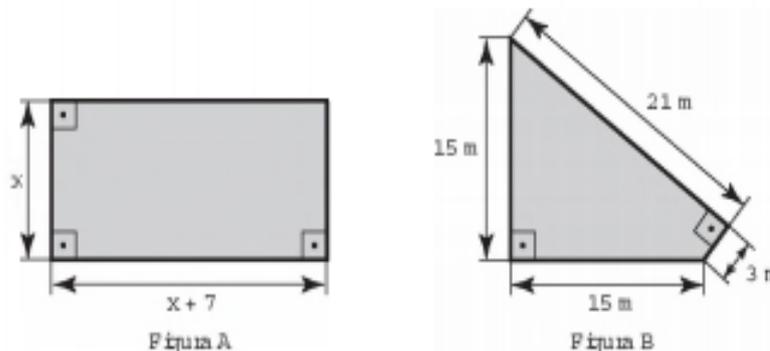
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

04. (OBMEP⁶ 2012, QUESTÃO 9, pág. 2): Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforos, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



05. (ENEM 2016, QUESTÃO 143): Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.



Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a:

- a) 7,5 e 14,5 b) 9,0 e 16,0 c) 9,3 e 16,3 d) 10,0 e 17,0 e) 13,5 e 20,5

⁶ Provas da OBMEP com soluções disponíveis no site : <http://www.obmep.org.br/provas.htm>

APÊNDICE C

Material de apoio a Aula nº 3, 4 e 5

MATERIAIS CONCRETOS UTILIZADOS NA PESQUISA

Figura 22 - Material concreto. Quadro de telas



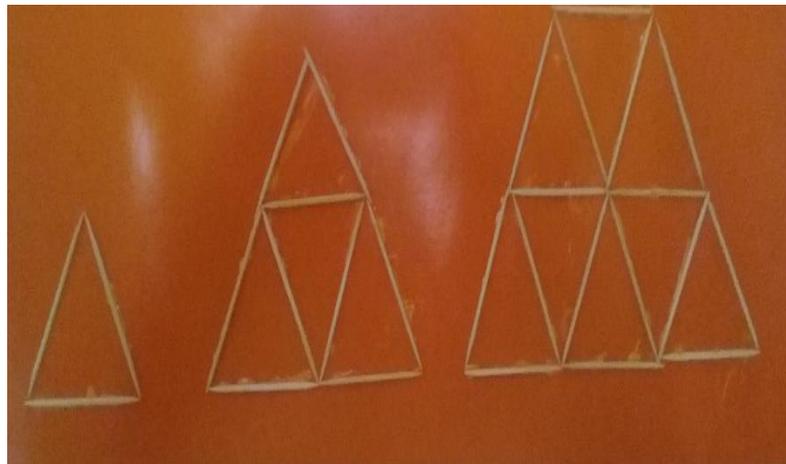
Fonte: AUTOR (2018).

Figura 23 - Material Concreto. Palitos de dentes



Fonte: AUTOR (2018).

Figura 24 - Material concreto de palitos representando triângulos



Fonte: AUTOR (2018).

Figura 25 - Material concreto. Figuras geométricas



Fonte: AUTOR (2018).

APÊNDICE A.4

Plano de aula nº 5

Aula 05

Data: 29/05/2018

Série/Turma: 1º ano 2

Conteúdo(s) abordado(s): Equação do 2º grau, Fórmula de Bhaskara e Método da Soma e Produto.

Conceitos: Definição de Equação do 2º grau; Métodos resolutivos de equações do 2ª grau.

Objetivo(s):

- Identificar as equações do 2º grau em cada problema contextualizado proposto.
- Criar estratégias para resolução das equações do 2º grau.
- Fixar o conteúdo de equações do 2º grau através da prática e reflexão de situações problemas.
- Aplicar os conhecimentos adquiridos de equações do 2º grau, capacitando os alunos a fazer relações entre os conteúdos matemáticos com o intuito de resolverem situações problemas de qualquer área de conhecimento.
- **Procedimentos Metodológicos:** Aula expositiva e dialogada, resolução de problemas contextualizados e jogo.

Recursos didáticos: quadro branco, pincel, apagador, material concreto, jogo didático e brindes (barras de chocolate)

Passo a passo da aula:

1º momento: A turma será dividida em 7 (sete) equipes de mais ou menos 5 alunos. Em seguida, será escolhida a ordem das equipes e um integrante de cada equipe que escolherá uma carta do baralho das equações do 2ª grau, carta das instruções que conterà perguntas que se referem aos problemas contextualizados conforme Apêndice B. Em seguida, explicaremos as instruções do jogo “Perfil das Equações do 2º grau” conforme Apêndice D e distribuiremos o questionário de aprendizagem que deverá ser preenchido por cada equipe conforme Apêndice E.

2º momento: O professor fará a intermediação do jogo, lendo as instruções

das cartas selecionadas pelos integrantes de cada equipe, respeitando suas respectivas ordens no jogo conforme Apêndice D. Será observado o comportamento dos alunos através de registros fotográficos e da Avaliação de Aprendizagem feitas pelos alunos durante o jogo conforme Apêndice E, para verificar as estratégias criadas de resolução dos problemas contextualizados que constam no Apêndice B. E por fim, será entregue o questionário para avaliar a contribuição da metodologia aplicada para posterior análise da pesquisa.

APÊNDICE D

Material de apoio a Aula nº 5

INTRUÇÕES DO JOGO “PERFIL DAS EQUAÇÕES DO 2º GRAU”

▪ **Procedimento:** Serão elaboradas várias cartas com as diferentes equações do 2º grau retiradas das situações problemas da Prova Brasil, ENEM E OBMEP. Em seguida, será elaborado um tabuleiro de jogo feito de isopor, papel cartão e EVA coloridos. Esse tabuleiro contém um caminho de quadradinhos, onde será especificado o “início” e o “fim” da partida e por onde as peças que representarão cada equipe passarão. O jogo também contém as cartas com as equações do 2º grau retiradas dos problemas contextualizados, as cartas com as instruções para cada partida (as perguntas a serem feitas a cada equipe e que dependem da interpretação dos problemas da Prova Brasil, ENEM e OBMEP) para fixação dos conteúdos, os quais serão escolhidas pelos integrantes de cada equipe.

Regras do Jogo:

- A turma será dividida em 7 (sete) equipes de mais ou menos 5 alunos. Em seguida, será escolhida a ordem das equipes e um integrante de cada equipe que escolherá uma carta do baralho das equações do 2ª grau que conterà perguntas que se referem aos problemas contextualizados.
- O professor fará a intermediação do jogo, lendo as perguntas das cartas selecionadas pelos integrantes de cada equipe, respeitando suas respectivas ordens no jogo;
- O integrante da primeira equipe pegará a carta contendo a equação do 2º grau, será feita a leitura da instrução da carta para a turma. Em seguida, a equipe se reunirá para discutir sobre a resposta certa através da interpretação dos problemas e em seguida o integrante que sortear a carta de instruções responderá para a turma, se acertar a resposta a equipe andar 5 casas (5 quadradinhos) e terá direito a sortear uma carta extra que poderá ser uma carta bônus ou pegadinha. Caso erre, a equipe não andar 5 casas no tabuleiro e passará a vez para a próxima equipe, que responderá a mesma pergunta, se acertar repetirá o processo de andar 5 casas e terá direito a sortear uma carta extra, senão passará a vez para a próxima equipe. O jogo continuará da mesma forma, o integrante da próxima equipe escolherá a carta com as

perguntas, se acertar andará no tabuleiro e se errar a pergunta, passará para equipe seguinte.

OBSERVAÇÃO: todas as equipes terão que acompanhar as perguntas feitas para as outras equipes, no caso da equipe passar a vez. Assim todos terão a oportunidade de estudar as mesmas questões dos problemas contextualizados, determinando as soluções dos problemas. O jogo terminará quando uma das equipes chegar à reta final do caminho desenhado no tabuleiro.

OBSERVAÇÃO: As cartas do jogo “Perfil das Equações” devem ser analisadas de acordo com o enunciado dos problemas contextualizados propostos.

Material Utilizado (Apêndice D):

- Tabuleiro (*figura 21*): isopor, papel cartão e EVA coloridos;
- Placas de identificação do tabuleiro (*figura 22*): papel cartão, palito e folha ofício;
- Objetos de identificação de cada equipe no tabuleiro (*figura 23*): adesivos de isopor coloridos em formato de carro.
- Cartas das equações do 2º grau (Apêndice D.1): papel cartão e folha ofício;
- Cartas surpresas (Apêndice D.1): papel cartão e folha ofício;

Figura 26 - Tabuleiro utilizado no jogo Perfil de equações do 2º grau



Fonte: AUTOR (2018).

Figura 27 - Placas do jogo didático



Fonte: AUTOR (2018).

Figura 28 - Objeto de identificação das equipes no jogo



Fonte: AUTOR (2018).

APÊNDICE D.1

CARTAS DO JOGO PERFIL DAS EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Modelo das cartas de Equações do 2º grau (cada carta contém numeração identificando os problemas de 1 a 5):

1

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

- Identifique os coeficientes a, b e c da equação do 2 grau.

1

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Informe:

- A equação é completa ou incompleta?

1

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Informe:

- O discriminante da equação Δ .

1

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Informe:

- A raiz do discriminante da equação $\sqrt{\Delta}$.

1

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Informe:

- A equação possui raiz?
- Quantas?

1

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

- Use a expressão

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 para determinar a raiz.

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Identifique o oposto dos coeficientes a, b e c da equação do 2 grau.

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Informe:

- A equação é completa ou incompleta?

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Informe:

- O discriminante da equação Δ .

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Informe:

- A raiz do discriminante da equação $\sqrt{\Delta}$.

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Informe:

- Qual o inverso do coeficiente de x?

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Informe:

- Qual o valor de b^2 ?

2

Informe:

- Possíveis valores para que a área do quadro seja igual a 600 cm^2 ?

2

Informe:

- Se o quadro é retangular a altura pode ser igual à largura?

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Informe:

- Quais as raízes da equação do 2º grau?

2

$$x^2 + 10x = 600$$

Informe:

- Sabendo a raiz positiva da equação do 2º grau. Quanto vale $x(x + 10)$?

3

$$x^2 - x + 10 = 52$$

Informe:

- Qual as raízes de x?
- Qual o número de máquina utilizada na produção?

3

$$x^2 - x + 10 = 52$$

Informe:

- Qual o oposto do coeficiente de x e o termo independente?

4

$$\frac{3n(n+1)}{2} = 135$$

Informe:

- Coloque a expressão acima na forma de equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$?

4

$$n^2 + n - 90 = 0$$

Informe:

- Qual as raízes da equação do 2º grau?

5

- Quanto vale a área da figura A?

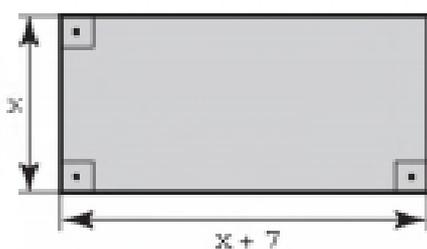


Figura A

5

- Quantas áreas representa a figura B?
- Quanto vale a área total da figura B?

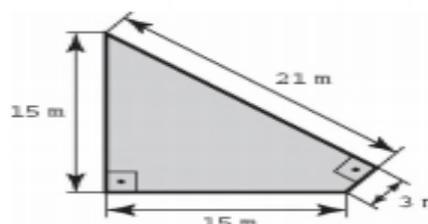


Figura B

5

- Sabendo que a área da figura A é igual a área da figura B. Escreva a equação do 2º grau correspondente.

5

Informe

- As raízes da equação do 2º grau?
- Determine a largura e o comprimento do terreno.

Modelo das cartas surpresas (bônus ou pegadinha)

**AVANCE 5
CASAS**

**AVANCE 10
CASAS**

**AVANCE 3
CASAS**

**PERMANEÇA
ONDE ESTÁ**

**VOLTE 2
CASAS**

**VOLTE 5
CASAS**

APÊNDICE E

AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM APLICADA NO JOGO

01. PARA O PROBLEMA 01. Responda:

- a) Qual a equação do 2º grau observada? _____
- b) Indique qual os coeficientes a, b e c da equação: _____
- c) Qual a raiz da equação? _____
- d) Qual o método utilizado para encontrar as raízes?
() Fórmula de Bhaskara () Método da Soma e Produto

02. PARA O PROBLEMA 02. Responda:

- a) Qual a equação do 2º grau observada? _____
- b) Indique qual os coeficientes a, b e c da equação: _____
- c) Qual a raiz da equação? _____
- d) Qual o método utilizado para encontrar as raízes?
() Fórmula de Bhaskara () Método da Soma e Produto

03. PARA O PROBLEMA 03. Responda:

- a) Qual a equação do 2º grau observada? _____
- b) Indique qual os coeficientes a, b e c da equação: _____
- c) Qual a raiz da equação? _____
- d) Qual o método utilizado para encontrar as raízes?
() Fórmula de Bhaskara () Método da Soma e Produto

04. PARA O PROBLEMA 04. Responda:

- a) Qual a equação do 2º grau observada? _____
- b) Indique qual os coeficientes a, b e c da equação: _____
- c) Qual a raiz da equação? _____
- d) Qual o método utilizado para encontrar as raízes?
() Fórmula de Bhaskara () Método da Soma e Produto

05. PARA O PROBLEMA 05. Responda:

- a) Qual a equação do 2º grau observada? _____
- b) Indique qual os coeficientes a, b e c da equação _____
- c) Qual a raiz da equação? _____
- d) Qual o método utilizado para encontrar as raízes?
() Fórmula de Bhaskara () Método da Soma e Produto

APÊNDICE E.1

AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM APLICADA DURANTE O JOGO

Foram inseridas atrás desta folha 5 cópias da Avaliação de Aprendizagem aplicada durante o jogo respondidas pelos alunos do 1º ano 2

Figura 29 - Avaliação de Aprendizagem nº 1

(200)

Questões do Trabalho - 10,0 Pontos

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = ?$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + 3}{2} = 5 \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - 3}{2} = 2 \checkmark$$

2) $x^2 + 10x - 600 = 0$

$$\Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-600) = 2500 \cdot \sqrt{2500} = 50$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 + 50}{2} = \frac{40}{2} = 20 \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 - 50}{2} = \frac{-60}{2} = -30 \checkmark$$

3) $x^2 - x - 42 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 1 + 168 = 169$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 13}{2} = \frac{14}{2} = 7 \checkmark$$

FORONI

Fonte: AUTOR (2018).

Figura 30 - Avaliação de Aprendizagem nº 1 (continuação)

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 13}{2} = \frac{12}{2} = -6$$

$$4) x(x+1) - 90 = 0$$

$$x^2 + x - 90 = 0$$

$$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 19}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 19}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

$$5) x(x+7) = 144$$

$$x^2 + x - 144 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-144)$$

$$\Delta = 49 + 576 = 625$$

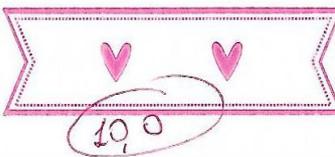
$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{625} = 25$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + 25}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - 25}{2} = \frac{-32}{2} = -16$$

Fonte: AUTOR (2018).

Figura 31- Avaliação de Aprendizagem nº 2



Questão de trabalho

1. $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$
 $\sqrt{9} = 3$
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + 3}{2} = 5$ ✓

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - 3}{2} = 2$ ✓

2. $x^2 + 10x - 600 = 0$
 $\Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-600) = 2500$ $\sqrt{2500} = 50$
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 + 50}{2} = 20$ ✓

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 - 50}{2} = -30$ ✓

3. $x^2 - x - 42 = 0$
 $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 1 + 168 = 169$
 $\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 13}{2} = 7$ ✓

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 13}{2} = -6$ ✓

Fonte: AUTOR (2018).

Figura 32 - Avaliação de Aprendizagem nº 2 (continuação)

$$4. n(n+1) - 90 = 0$$

$$n^2 + n - 90 = 0$$

$$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 19}{2} = 9 \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 19}{2} = \frac{-18}{2} = -9 \quad \checkmark$$

$$5. x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-144)$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{625}$$

Figura 33 - Avaliação de Aprendizagem nº 3

9,0

① $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$
 $\sqrt{9} = 3$
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + 3}{2} = 5$
 $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

② $x^2 + 50x - 600 = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = 50^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-600) = 2500 + 2400 = 4900$
 $\sqrt{4900} = 70$
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-50 + 70}{2} = \frac{20}{2} = 10$
 $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-50 - 70}{2} = \frac{-120}{2} = -60$

③ $x^2 - 4x - 42 = 0$
 $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 16 + 168 = 184$
 $\sqrt{184} = 13,56$
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 13,56}{2} = \frac{17,56}{2} = 8,78$

FORONI

Figura 34- Avaliação de Aprendizagem nº 3 (continuação)

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 53}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

④ $n(n+5) - 90 = a$
 $n^2 + 5n - 90 = a$
 $\Delta = (5)^2 - 4 \cdot (-90) = 25 + 360 = 365$
 $\sqrt{\Delta} = \sqrt{365} = 19$
 $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-5 + 19}{2} = 7$ $x_2 = \frac{-5 - \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-5 - 19}{2} = -12$

⑤ $x(x+7) = 544$
 $x^2 + 7x - 544 = a$
 $\Delta = 7^2 - 4 \cdot (-544) = 49 + 2176 = 2225$
 $\sqrt{\Delta} = \sqrt{2225} = 47$
 $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-7 + 47}{2} = 20$ $x_2 = \frac{-7 - \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-7 - 47}{2} = -27$

Fonte: AUTOR (2018).

Figura 35 - Avaliação de Aprendizagem nº 4

10,0

① $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + 3}{2} = 5 \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - 3}{2} = 2 \quad \checkmark$$

② $x^2 + 10x - 600 = 0$

$$\Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-600) = 2500 \quad \sqrt{2500} = 50$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + 50}{2} = 30 \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 - 50}{2} = -30 \quad \checkmark$$

③ $x^2 - 42 = 0$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 1 + 168 = 169$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 13}{2} = 7 \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 13}{2} = -6 \quad \checkmark$$

BRUNO

Figura 36 - Avaliação de Aprendizagem nº 4 (continuação)

④ $m(m+1) - 90 = 0$

④ $m^2 + m - 90 = 0$

$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 19}{2} = 9$ ✓ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 19}{2} = -10$ ✓

⑤ $x(x+7) - 144$

$x^2 + 7x - 144 = 0$

$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-144)$

$\Delta = 49 + 576 = 625$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{625} = 25$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + 25}{2} = 9$ ✓

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - 25}{2} = -16$ ✓

Figura 37 - Avaliação de Aprendizagem nº 5

10,0

① $x^2 - 7x + 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$
 $\sqrt{9} = 3$

① $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{7 + 3}{2} = 5$ ✓

② $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-7 - 3}{2} = \frac{-10}{2} = -5$ ✓

② $x^2 + 10x - 600 = 0$

$\Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-600) = 2500$ $\sqrt{2500} = 50$ ✓

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-10 + 50}{2} = \frac{40}{2} = 20$ ✓

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-10 - 50}{2} = \frac{-60}{2} = -30$ ✓

③ $x^2 - x - 42 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 1 + 168 = 169$
 $\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{1 + 13}{2} = \frac{14}{2} = 7$ ✓

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{1 - 13}{2} = \frac{-12}{2} = -6$ ✓

Jandaia

Figura 38 - Avaliação de Aprendizagem nº 5 (continuação)

$$\textcircled{4} \cdot n(n+1) - 90 = 0$$

$$n^2 + n - 90 = 0$$

$$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 + 19}{2} = 9 \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 - 19}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{5} \cdot x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-144)$$

$$\Delta = 49 + 576 = 625$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{625} = 25$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-7 + 25}{2} = \frac{18}{2} = 9 \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-7 - 25}{2} = \frac{-32}{2} = -16 \quad \checkmark$$

APÊNDICE F

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES

Nome _____ Série: _____ Turma: _____

Caro estudante, este questionário tem como objetivo avaliar as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos de equações do 2º grau, verificar as estratégias utilizadas para resolução de problemas que envolvem o conteúdo e como as diferentes abordagens metodológicas como o material concreto, jogo didático e resolução de problemas contextualizados contribuem para facilitar a aprendizagem dos alunos, melhorando o ensino e a aprendizagem de Matemática no nível médio. Asseguramos o compromisso com o sigilo das informações, respeitando a privacidade de cada estudante. Na certeza de sua colaboração, antecipadamente agradecemos.

- 1) Você gosta de matemática?
 Sim Não
- 2) Você já havia estudado equações do 2º grau utilizando material concreto/jogo didático?
 Sim Não
- 3) Quais as dificuldades encontradas ao estudar o conteúdo de equações do 2º grau?
 Determinar os termos que compõem as equações do 2º grau
 Aplicar método de resolução de equações do 2º grau
 Compreender os problemas propostos de equações do 2º grau
 Relacionar a aplicação de equações do 2º grau em situações-problemas do cotidiano.
- 4) O que você achou da utilização de material concreto ou jogo para auxiliar na compreensão e interpretação do problema?
 Péssimo Ruim Bom Ótimo Excelente
- 5) Qual o nível de dificuldade dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP estudados durante a pesquisa?
 difícil intermediário fácil
- 6) Após a pesquisa sobre equações do 2º grau você conseguiu identificar onde o conteúdo pode ser aplicado no cotidiano?
 Sim Não

Se sim, de exemplos de algumas situações.

- 7) Qual o seu nível de satisfação em relação às atividades realizadas nessa pesquisa?
 indiferente insatisfeito satisfeito

APÊNDICE F.1

QUESTIONÁRIOS DE AVALIAÇÃO DE ATIVIDADES APLICADOS AOS ALUNOS

Foram inseridos atrás desta folha 5 cópias do Questionário aplicado no final das atividades respondidos pelos alunos do 1º ano 2

Figura 39 - Questionário de Atividade nº 1

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES

Caro estudante, este questionário tem como objetivo avaliar as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos de equações do 2º grau, verificar as estratégias utilizadas para resoluções de problemas que envolvem o conteúdo e como as diferentes abordagens metodológicas como o material concreto, jogo didático e resoluções de problemas contextualizados contribuem para facilitar a aprendizagem dos alunos, melhorando o ensino e a aprendizagem de Matemática no nível médio. Asseguramos o compromisso com o sigilo das informações, respeitando a privacidade de cada estudante. Na certeza de sua colaboração, antecipadamente agradecemos.

- 1) Você gosta de matemática?
 Sim () Não
- 2) Você já havia estudado equações do 2º grau utilizando material concreto/jogo didático?
 Sim Não
- 3) Quais as dificuldades encontradas ao estudar o conteúdo de equações do 2º grau?
 Determinar os termos que compõem as equações do 2º grau
 Aplicar método de resolução de equações do 2º grau
 Compreender os problemas propostos de equações do 2º grau
 Relacionar a aplicação de equações do 2º grau em situações-problemas do cotidiano.
- 4) O que você achou da utilização de material concreto ou jogo para auxiliar na compreensão e interpretação do problema?
 péssimo () ruim () bom ótimo () excelente
- 5) Qual o nível de dificuldade dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP estudados durante a pesquisa?
 difícil intermediário () fácil
- 6) Após a pesquisa sobre equações do 2º grau você conseguiu identificar onde o conteúdo pode ser aplicado no cotidiano?
 Sim () Não

Se sim, de exemplos de algumas situações.

Sim, em várias situações, como: cálculo de área, cálculo de produção, número de máquinas, cálculo de distância.

- 7) Qual o seu nível de satisfação em relação às atividades realizadas nessa pesquisa?
 indiferente () insatisfeito satisfeito

Figura 40 - Questionário de Atividade nº 2

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES

Caro estudante, este questionário tem como objetivo avaliar as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos de equações do 2º grau, verificar as estratégias utilizadas para resoluções de problemas que envolvem o conteúdo e como as diferentes abordagens metodológicas como o material concreto, jogo didático e resoluções de problemas contextualizados contribuem para facilitar a aprendizagem dos alunos, melhorando o ensino e a aprendizagem de Matemática no nível médio. Asseguramos o compromisso com o sigilo das informações, respeitando a privacidade de cada estudante. Na certeza de sua colaboração, antecipadamente agradecemos.

- 1) Você gosta de matemática?
 Sim Não
- 2) Você já havia estudado equações do 2º grau utilizando material concreto/jogo didático?
 Sim Não
- 3) Quais as dificuldades encontradas ao estudar o conteúdo de equações do 2º grau?
 Determinar os termos que compõem as equações do 2º grau
 Aplicar método de resolução de equações do 2º grau
 Compreender os problemas propostos de equações do 2º grau
 Relacionar a aplicação de equações do 2º grau em situações-problemas do cotidiano.
- 4) O que você achou da utilização de material concreto ou jogo para auxiliar na compreensão e interpretação do problema?
 péssimo ruim bom ótimo excelente
- 5) Qual o nível de dificuldade dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP estudados durante a pesquisa?
 difícil intermediário fácil
- 6) Após a pesquisa sobre equações do 2º grau você conseguiu identificar onde o conteúdo pode ser aplicado no cotidiano?
 Sim Não
 Se sim, de exemplos de algumas situações.
custo de produção
valor monetário
número de máquinas
Área de terras
- 7) Qual o seu nível de satisfação em relação às atividades realizadas nessa pesquisa?
 indiferente insatisfeito satisfeito

Fonte: AUTOR (2018).

Figura 41 - Questionário de Atividade nº 3

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES

Caro estudante, este questionário tem como objetivo avaliar as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos de equações do 2º grau, verificar as estratégias utilizadas para resoluções de problemas que envolvem o conteúdo e como as diferentes abordagens metodológicas como o material concreto, jogo didático e resoluções de problemas contextualizados contribuem para facilitar a aprendizagem dos alunos, melhorando o ensino e a aprendizagem de Matemática no nível médio. Asseguramos o compromisso com o sigilo das informações, respeitando a privacidade de cada estudante. Na certeza de sua colaboração, antecipadamente agradecemos.

1) Você gosta de matemática?
 Sim () Não

2) Você já havia estudado equações do 2º grau utilizando material concreto/jogo didático?
 Sim () Não

3) Quais as dificuldades encontradas ao estudar o conteúdo de equações do 2º grau?
 Determinar os termos que compõem as equações do 2º grau
 Aplicar método de resolução de equações do 2º grau
 Compreender os problemas propostos de equações do 2º grau
 Relacionar a aplicação de equações do 2º grau em situações-problemas do cotidiano.

4) O que você achou da utilização de material concreto ou jogo para auxiliar na compreensão e interpretação do problema?
 péssimo ruim bom ótimo excelente

5) Qual o nível de dificuldade dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP estudados durante a pesquisa?
 difícil intermediário fácil

6) Após a pesquisa sobre equações do 2º grau você conseguiu identificar onde o conteúdo pode ser aplicado no cotidiano?
 Sim Não
 Se sim, de exemplos de algumas situações.
cálculos de distancia, custo de produção
area de termos, número de máquinas

7) Qual o seu nível de satisfação em relação às atividades realizadas nessa pesquisa?
 indiferente insatisfeito satisfeito

Fonte: AUTOR (2018).

Figura 42 - Questionário de Atividade nº 4

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES

Caro estudante, este questionário tem como objetivo avaliar as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos de equações do 2º grau, verificar as estratégias utilizadas para resoluções de problemas que envolvem o conteúdo e como as diferentes abordagens metodológicas como o material concreto, jogo didático e resoluções de problemas contextualizados contribuem para facilitar a aprendizagem dos alunos, melhorando o ensino e a aprendizagem de Matemática no nível médio. Asseguramos o compromisso com o sigilo das informações, respeitando a privacidade de cada estudante. Na certeza de sua colaboração, antecipadamente agradecemos.

- 1) Você gosta de matemática?
 Sim () Não
- 2) Você já havia estudado equações do 2º grau utilizando material concreto/jogo didático?
 Sim () Não
- 3) Quais as dificuldades encontradas ao estudar o conteúdo de equações do 2º grau?
 Determinar os termos que compõem as equações do 2º grau
 Aplicar método de resolução de equações do 2º grau
 Compreender os problemas propostos de equações do 2º grau
 Relacionar a aplicação de equações do 2º grau em situações-problemas do cotidiano.
- 4) O que você achou da utilização de material concreto ou jogo para auxiliar na compreensão e interpretação do problema?
 péssimo () ruim bom () ótimo () excelente
- 5) Qual o nível de dificuldade dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP estudados durante a pesquisa?
 difícil intermediário () fácil
- 6) Após a pesquisa sobre equações do 2º grau você conseguiu identificar onde o conteúdo pode ser aplicado no cotidiano?
 Sim () Não
 Se sim, de exemplos de algumas situações.
Pode-se usar as equações de 2º grau nas áreas de torções,
números de máquinas, cálculo de distâncias, etc...
- 7) Qual o seu nível de satisfação em relação às atividades realizadas nessa pesquisa?
 indiferente () insatisfeito satisfeito

Fonte: AUTOR (2018).

Figura 43 - Questionário de Atividade nº 5

QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES

Caro estudante, este questionário tem como objetivo avaliar as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos de equações do 2º grau, verificar as estratégias utilizadas para resoluções de problemas que envolvem o conteúdo e como as diferentes abordagens metodológicas como o material concreto, jogo didático e resoluções de problemas contextualizados contribuem para facilitar a aprendizagem dos alunos, melhorando o ensino e a aprendizagem de Matemática no nível médio. Asseguramos o compromisso com o sigilo das informações, respeitando a privacidade de cada estudante. Na certeza de sua colaboração, antecipadamente agradecemos.

- 1) Você gosta de matemática?
 Sim Não
- 2) Você já havia estudado equações do 2º grau utilizando material concreto/jogo didático?
 Sim Não
- 3) Quais as dificuldades encontradas ao estudar o conteúdo de equações do 2º grau?
 Determinar os termos que compõem as equações do 2º grau
 Aplicar método de resolução de equações do 2º grau
 Compreender os problemas propostos de equações do 2º grau
 Relacionar a aplicação de equações do 2º grau em situações-problemas do cotidiano.
- 4) O que você achou da utilização de material concreto ou jogo para auxiliar na compreensão e interpretação do problema?
 péssimo ruim bom ótimo excelente
- 5) Qual o nível de dificuldade dos problemas contextualizados da Prova Brasil, ENEM e OBMEP estudados durante a pesquisa?
 difícil intermediário fácil
- 6) Após a pesquisa sobre equações do 2º grau você conseguiu identificar onde o conteúdo pode ser aplicado no cotidiano?
 Sim Não
 Se sim, de exemplos de algumas situações.
- custo de produção, - Taxa monetária, - número de máquinas,
- Área de terreno, - sequências numéricas, - cálculo de distâncias.
- 7) Qual o seu nível de satisfação em relação às atividades realizadas nessa pesquisa?
 indiferente insatisfeito satisfeito

Fonte: AUTOR (2018).